

터보팬 엔진 고압터빈 노즐에 대한 크리깅 모델 기반 근사모델의 신뢰도 및 공력성능 최적화 연구

이상아* · 이세일* · 강영석** · 이동호** · 이동호*** · 김규홍*†

A Study on Reliability of Kriging Based Approximation Model and Aerodynamic Optimization for Turbofan Engine High Pressure Turbine Nozzle

Sanga Lee*, Saeil Lee*, Young-Seok Kang**, Dong-Ho Rhee**, Dong-Ho Lee***, Kyu-Hong Kim*†

Key Words : Turbo-fan Engine(터보팬 엔진), High Pressure Turbine Nozzle(고압터빈 노즐), Design Space(설계공간), Shape optimization(형상 최적화), Kriging model(크리깅 모델)

ABSTRACT

In the present study, three-dimensional aerodynamic optimization of high pressure turbine nozzle for turbofan engine was performed. For this, Kriging surrogate model was built and refined iteratively by supplying additional experimental points until the surrogate model and CFX result has effective difference on objective function. When the surrogate model satisfied this reliability condition and developed enough, optimum point was investigated. Commercial program PIANO was used for optimization process and evolutionary algorithm was used for searching optimum point. As a result, difference between estimated value from Kriging surrogate model and CFD result converges within 0.01% and the optimized nozzle shape has 0.83% improved aerodynamic efficiency.

1. 서 론

최적화 문제를 수행하는데 신뢰할 수 있는 근사모델을 구축하는 일은 매우 중요하다. 특히 유체기계의 최적화 문제는 설계변수가 많고 내부유동의 복잡한 물리현상으로 인해 설계공간이 복잡하고 비선형적인 특징을 가진 것으로 알려져 있어^(1, 2) 근사모델이 이를 신뢰할 수 있는 수준으로 모사하기 위해서는 많은 수의 실험점을 필요로 하게 된다. 하지만 일반적인 전산유체해석을 이용한 최적화 문제는 하나의 실험점을 해석하는데 큰 비용이 요구되므로 최소한의 실험점으로 신뢰할 수 있는 근사모델을 구성하기 위한 실험계획법의 역할이 중요하며 이러한 실험계획법의 역할을 고려한 최적화 연구가 꾸준히 진행되고 있다.^(3, 4)

본 연구에서는 복잡하고 비선형적인 특징을 가지고 있는

설계공간을 모사하는데 적합하다고 알려진 크리깅(Kriging) 모델을 이용해 중소형 항공기용 터보팬 엔진의 고압터빈 노즐 형상 최적화를 수행하였다. 또한 근사모델을 구성하고 최적화를 수행하는 과정에서 실험점을 추가해 근사모델의 정확도를 높이는 단계를 거침으로서 신뢰할 수 있는 근사모델을 구성하였고 이와 같은 과정에서 설계공간이 설계변수의 민감도와 실험점의 수에 따라 어떻게 변화하는지는 살펴보았다. 이를 통해 근사모델의 신뢰도와 근사모델을 구성하는 실험점의 개수 및 설계변수의 민감도와 상관계수에 대한 분석을 수행하고 이러한 과정을 통해 구축된 신뢰할 수 있는 근사모델을 이용해 향상된 효율의 터보팬 엔진 터빈 노즐 형상을 얻는데 성공하였다.

* 서울대학교 기계항공공학부 (Department of Mechanical & Aerospace Engineering, Seoul National University)

** 한국항공우주연구원 항공추진기관팀 (Korea Aerospace Research Institute)

*** 서울대학교 기계항공공학부 항공우주기술연구소 (Institute of Advanced Aerospace Technology, Department of Mechanical & Aerospace Engineering, Seoul National University)

† 교신저자(Corresponding Author), E-mail : aerocfd1@snu.ac.kr

2. 형상 변수 선정

2.1. 기본 형상

최적화 대상이 되는 기본 익형은 한국항공우주연구원에서 개발중인 10,000 lbf급 중소형 항공기용 터보팬 엔진의 고압 터빈 노즐 ver1.0 형상이다. 노즐 및 로터를 포함하는 1단 해석을 위해 기본이 되는 노즐 및 로터의 단면 형상을 Fig. 1 과 같이 9개 변수로 정의하였으며 형상 및 격자 생성에 Concepts NREC사의 AxCent와 ANSYS Turbogrid를 사용하였다. 이 때 수치해석을 위한 도메인과 경계조건은 Fig. 2 와 같다. 유동해석에는 ANSYS CFX를 사용하였고 계산된 노즐 기본형상에 대한 공력성능은 강영석 등^(5,6)에 제시되어 있으며, 주요 성능인자는 Table 1 과 같다.

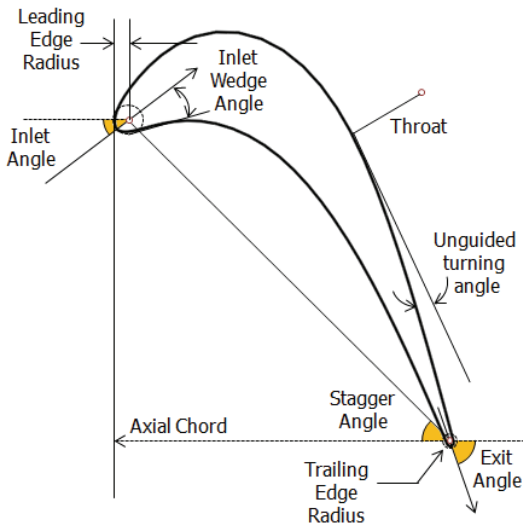


Fig. 1 Design variables and shape representation

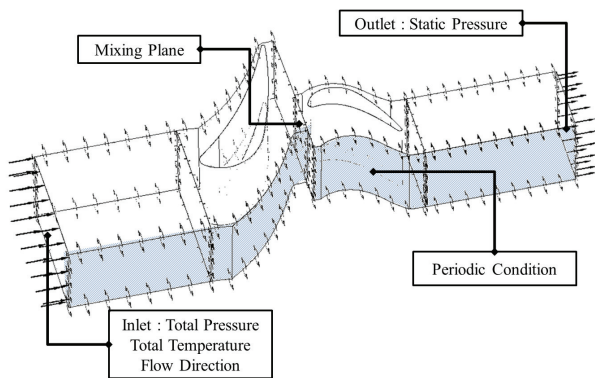


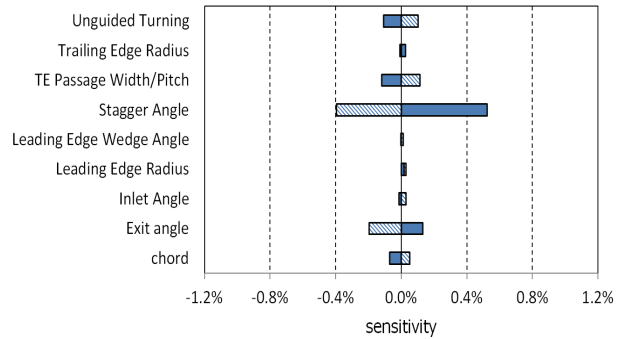
Fig. 2 Computational domain and boundary condition

Table 1 Aerodynamic performance of base model

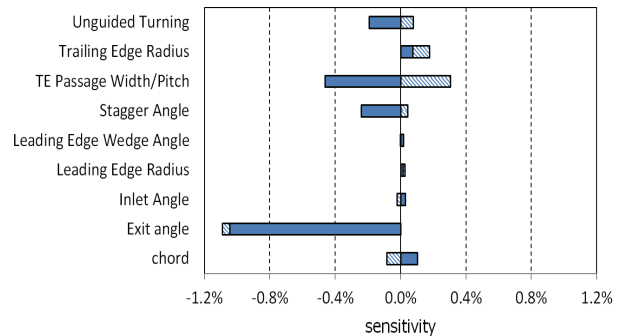
mass flow rate	efficiency	expansion ratio
19.64 kg/s	87.09%	2.48

2.2. 최적화 변수 선정

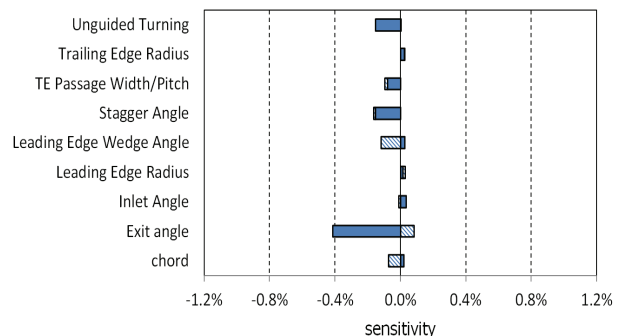
3차원 노즐 형상을 정의하기 위해 익형을 허브면, 미드스 팬면, 슈라우드면으로 3등분 하여 각 단면을 다시 기본 익형 형상의 단면을 정의했던 9개 변수로 정의 하였다. 기본형상의 설계변수에 대해 길이 $\pm 5\%$, 각도 $\pm 5^\circ$ (설치각(stagger angle)의 경우 $\pm 3^\circ$)를 각각 설계영역의 상한과 하한으로 하여 기본형상의 등엔트로피 효율에 대해 각 변수의 민감도를 계산하였다.



(a) Hub section



(b) Mid section



(c) Shroud section

Fig. 3 Sensitivity analysis

Table 2 Selected design variables and normalized design space

	variables	lower bound	baseline	upper bound
hub section	Stagger angle	0.946	1	1.054
midspan section	Exit angle	0.933	1	1.067
	Stagger angle	0.946	1	1.054
	TE Passage width/pitch	0.950	1	1.050
shroud section	Exit angle	0.934	1	1.066
	Stagger angle	0.946	1	1.054
	Unguided turning angle	0.643	1	1.357

Fig. 3은 단면별 형상변수에 대한 민감도 해석 결과이며 가로축은 효율 변화량, 세로축은 각 단면별 형상변수를 나타낸다. 허브면의 설치각, 미드스팬면의 유로목면적(TE Passage Width/Pitch), 출구각(Exit angle), 슈라우드면의 출구각의 4가지 변수가 효율에 대해 0.4%이상의 두드러지는 민감도를 가지고 있음을 알 수 있다. 이 4가지 변수에 더해 민감도가 낮은 변수의 근사모델의 수렴도에 대한 영향력을 살펴보기 위해 다른 변수들에 비교해 유효한 영향력은 가지고 있으나 민감도가 높지 않은 슈라우드면의 목 이후 선회각(Unguided Turning angle), 설치각, 미드스팬면의 설치각을 추가적인 설계변수로 선정하였다. 이렇게 선정된 7개의 설계변수 및 무차원화 된 설계영역은 Table 2와 같다.

3. 최적화 기법

3.1. 실험계획법

실험계획법(Design of Experiment)이란 해결하고자 하는 문제를 대상으로 최적의 해석방법과 실험방법을 계획하는 것이다. 전산유체분야의 최적화 문제는 일반적으로 하나의 실험점을 해석하는데 많은 시간이 소요되므로 적절한 실험계획법의 선정이 매우 중요하다.

실험점간의 분산을 최소화 하는 D-optimal 방법을 사용하여 최초의 실험점 수를 결정하고 하였으며 설계영역의 lower limit(-1), baseline(0), upper limit(1)의 3수준에 대해 총 54개의 실험점을 선정하였다. 또한 실험점 수에 따른 근사모델의 신뢰도 향상정도를 살펴보기 위해 30개씩 총 5번에 걸쳐 추가적인 실험점을 선정하였는데 이때는 ALHD(Augmented Latin Hypercube Design)방법을 사용하였다. ALHD란 1979년 McKay가 개발한 Latin Hypercube Design에 최적성 조건을 접목시켜 충전(space-filling)성능을 향상 시킨 대표적인 실험계획법으로 최초의 실험점의 수준수를 고려하지 않고 실험점을 추가시키기 때문에 교호작용에 대한 고려가 부족할 수 있는 초기 실험점을 보완해 가게 된다.⁽⁷⁾

신뢰할 수 있는 근사모델을 구성하기 위해 요구되는 최소의 실험점 수는 해석대상 혹은 최적화 문제를 정의하는 방식 및 요구하는 근사모델의 정확도에 따라 달라질 수 있으므로 이와 같은 방법을 사용하여 각각의 최적화 문제에 필요한 최소한의 실험점 수를 결정할 수 있다.

3.2. 크리깅 모델

크리깅 모델은 내삽 기법(interpolation method)의 하나로 전산 실험계획으로 얻어진 정보를 바탕으로 다음과 같이 전역 모델(global model)과 국부 편차(localized deviation)의 합으로 구성된다.

$$y(x)=f(x)+Z(x) \tag{1}$$

여기서 $f(x)$ 는 주어진 실험 데이터를 이용해서 구할 수 있는 전역 모델이며 많은 경우 상수항으로 처리한다. $Z(x)$ 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르며 크리깅 모델이 주어진 실험점들을 보간할 수 있도록 국소적인 변동을 만들어내는 부분으로 응답 모델의 불확실성을 나타낸다. $Z(x)$ 의 공분산은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{cov}[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 R[R(x^i, x^j)] \tag{2}$$

여기서 R 은 상관행렬(correlation matrix)이며 $R(x^i, x^j)$ 는 임의의 두 점 x^i, x^j 사이의 상관함수(correlation function)이다. 상관함수는 설계자에 의해 결정된다.^(8,9)

3.3. 크리깅 모델의 신뢰도 판단

크리깅 모델과 같은 보간 모델(interpolation model)은 주어진 실험점들을 내삽하기 때문에 주어진 실험점은 그대로 재생하므로 회귀모델의 정확도를 판단할 때 사용하는 R^2, R_{adj}^2 와 같은 기준으로 정확도를 판단 할 수 없다. 따라서 주어진 실험점 외에 다른 점들에 대한 오차를 구하여 정확도를 분석한다.⁽¹⁰⁾

본 연구에서는 크리깅 모델의 신뢰도 판단을 위해 오차검증을 위한 80개의 설계점을 추가로 계산하였으며 이를 통해 PIANO에서 제공하는 전역모델함수(constant, linear, simple quadratic, full quadratic, simple cubic)와 상관함수(Gaussian, Exponential, general exponential)중 가장 신뢰할 수 있는 함수쌍을 찾아 실험점을 추가하는 매 단계에 적용하여 크리깅 모델을 구성하였다.

3.4. 유전 알고리즘

유전 알고리즘(Genetic Algorithm, GA)이란 자연 진화(natural evolution)와 자연 유전(natural genetics)을 최적화에 적용한 것으로써, 여러 개체를 동시에 이용하여 여러 탐색경로를 거쳐 최적해를 구하는 특징을 가지고 있다. 이

때 사용되는 여러 개체의 특성 중 우수한 성질을 다음 단계에서의 개체로 전해 줌으로써 최종적으로 최적해에 도달하도록 하는 방법이다. 유전 알고리즘은 목적함수의 기울기 정보를 이용하지 않으므로 비선형성이 매우 큰 공간에서도 전역 최적점을 찾아낼 가능성이 크다.⁽¹¹⁾

4. 최적화 수행절차 및 검증

4.1. 최적화 문제정의

목적함수는 터빈의 등엔트로피 효율이 최대가 되도록 하였고 제한조건으로는 질량유량(mass flow rate)과 팽창률(Expansion Ratio)이 각각 설계 목표 값의 ±3%를 넘지 않도록 하였다.

Objective,

$$\max. \textit{isentropic efficiency} (\eta)$$

Constraint,

$$\eta_{\text{base}} - \eta \leq 0$$

$$| \dot{m}_{\text{target}} - \dot{m} | \leq 0.03 \times \dot{m}_{\text{target}}$$

$$| ER_{\text{target}} - ER | \leq 0.03 \times ER_{\text{target}}$$

근사모델 구성 및 최적화 과정에는 최적설계 통합틀인 PIDOTECH Inc.의 PIA_nO를 사용하였으며⁽¹²⁾ 민감도 해석, 설계변수 선정, 실험계획법, 근사모델 구성, 최적화로 이어지는 일반적인 최적화 방법과 달리 본 연구에서는 근사모델 구성 후 신뢰도 평가를 통해 근사모델이 신뢰도 조건을 만족시키지 못할 경우 실험점을 추가하여 근사모델의 정확도를 높이는 단계를 추가하였다.^(13,14) Fig. 4는 이와 같은 과정이 포함된 전체적인 최적화 수행 절차를 보여준다.

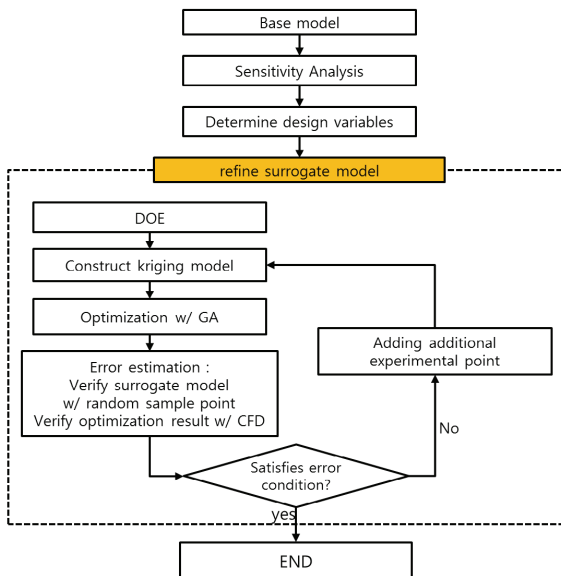


Fig. 4 Flow chart of optimization process

4.2. 근사모델의 신뢰도 평가

Fig. 5는 설계공간 내에 무작위로 분포시킨 실험점에서 해석 값과 근사모델을 통한 예측치를 비교한 것이다. 실험점 추가를 통해 응답이 불확실한 영역에 정보를 제공함으로써 근사모델의 정확도가 개선되고 이에 따라 근사모델을 통한 예측치의 정확도가 높아지고 있음을 알 수 있다.

근사모델의 정확도를 비교하기 위한 기준 값으로는 AAE (Average Absolute Error)와 RMSE(Root Mean Square Error)값을 사용하였다. AVE는 각 실험점에서의 CFX해석값과 예측값들의 평균 오차를 나타내며 RMSE는 해석값과 예측값의 편차의 제곱을 평균한 값의 제곱근을 구한 것으로 근사모델의 정확도 평가 방법으로서 가장 널리 사용되는 방법이다. 본 연구에서는 약 1%의 터빈 등엔트로피 효율 개선을 목표로 하고 있기 때문에 0.1%이하의 오차율을 가지는 근사모델이 요구되므로 두 기준 값 모두 이 조건을 만족하도록 하였다.

Table 3은 오차검증을 위해 추가로 계산한 80개 설계점의 근사모델 오차이다. 다섯 번의 근사모델 개선단계를 통해 근사모델의 정확도를 AAE와 RMSE 모두 안정적으로 0.1%이하로 떨어뜨렸다.

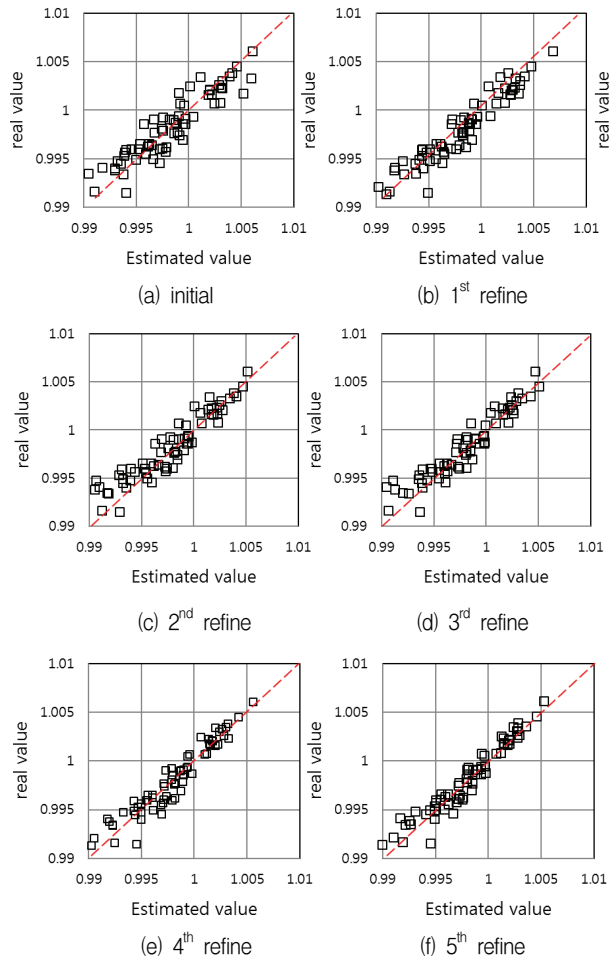


Fig. 5 Accuracy of Kriging model along refine step

Table 3 AAE and RMSE of Kriging surrogate model

	initial	refine 1	refine 2	refine 3	refine 4	refine 5
AAE	0.130	0.100	0.115	0.101	0.085	0.073
RMSE	0.151	0.112	0.137	0.120	0.099	0.087

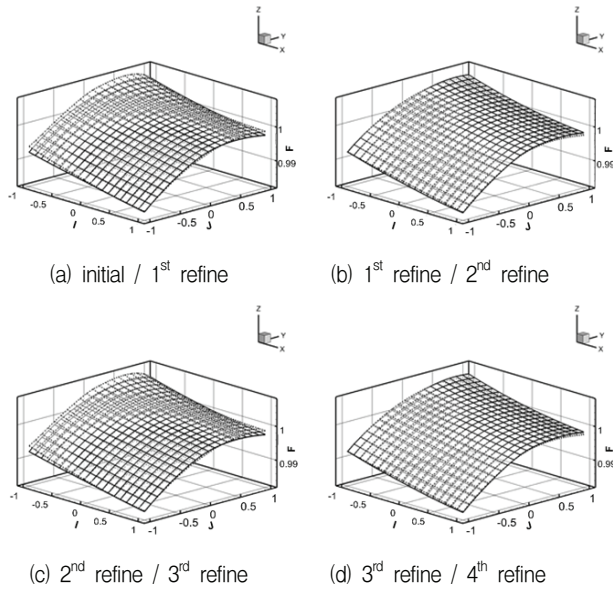


Fig. 6 Kriging model of Stagger angle(i) of hub section and Exit angle(j) of mid section. the previous step(dashed line) and the present step(solid line)

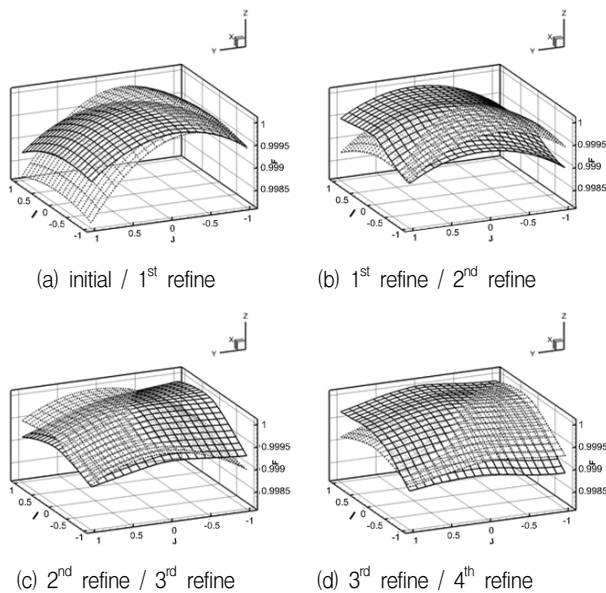


Fig. 7 Kriging model of stagger angle(i) and unguided turning angle(j) of shroud section. the previous step(dashed line) and the present step(solid line)

Fig. 6 과 Fig. 7 은 각각 가장 민감도가 컸던 허브면의 설치각과 미드스팬면의 출구각에 대한 근사평면과 가장 민감도가 작았던 슈라우드면의 설치각과 목 이후 순회각에 대한

근사모델이 실험점이 추가됨에 따라 어떻게 수렴해 가는지를 살펴본 그림이다. 민감도가 큰 두 변수의 경우 실험점 추가에 따른 변화가 거의 없으나, 민감도가 작은 두 변수는 4 번의 근사모델 개선단계를 거친 후에도 근사평면이 진동하고 있는 것을 알 수 있다.

4.3. 최적해의 신뢰도 평가

Fig. 8 은 각 단계에서 크리깅 모델이 예측한 최적해와 실제 해석 값을 비교한 것이다. 3번의 근사모델 개선단계를 거친 후에도 예측 값과 해석 값 사이에 아직 상당한 오차가 존재하며 이는 실험점이 충분치 않을 때 값을 왜곡하여 예측하는 내삽모델(interpolation model)의 문제점을 보여준다. 하지만 실험점을 계속 추가하여 근사모델을 충분히 성장시키자 예측 값과 해석 값 사이의 오차는 0.01%까지 수렴 하였다.

Fig. 9는 실험점 추가에 따른 각 설계변수의 최적점 변화 추이를 나타낸 그림이다. Fig. 9(a)는 민감도가 컸던 네 가지 변수에 대한 그래프로 네 변수중 상대적으로 민감도가 작았던 슈라우드면의 출구각이 근사모델 개선단계에 따라 다소 값이 진동하는 모습을 보이긴 하나 네 변수 모두 기본 형상에 대한 경향은 실험점이 추가되더라도 변하지 않는 것을 알 수 있다. 즉, 기본형상에 대해 최적형상이 더 감소한 값을 가지는지 더 증가한 값을 가지는지는 변하지 않는다. 하지만 Fig. 9(b)에서 보는 것처럼 민감도가 크지 않았던 세 변수는 근사모델 개선단계가 진행됨에 따라 설계공간 내에서 최적점의 위치가 심하게 진동하는 것을 알 수 있다. 하지만 근사모델이 어느 정도 수렴한 4단계에서 5단계로 넘어갈 때는 이러한 변수들도 어느 정도 수렴해 가는 양상을 보여준다.

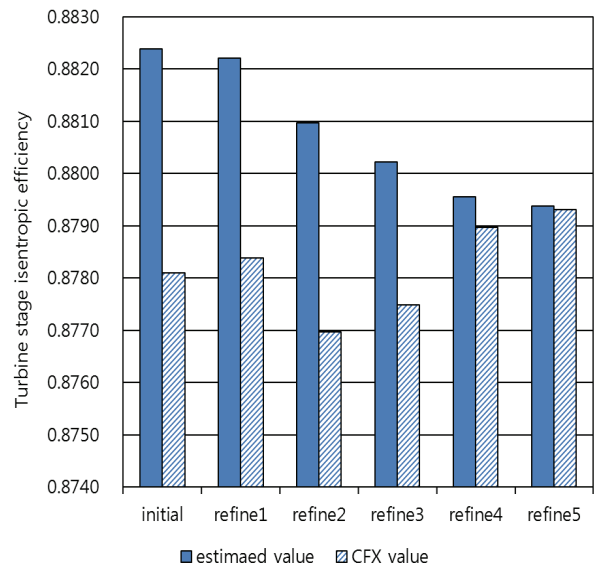


Fig. 8 Comparison of optimum value estimated by approximation model and CFD result

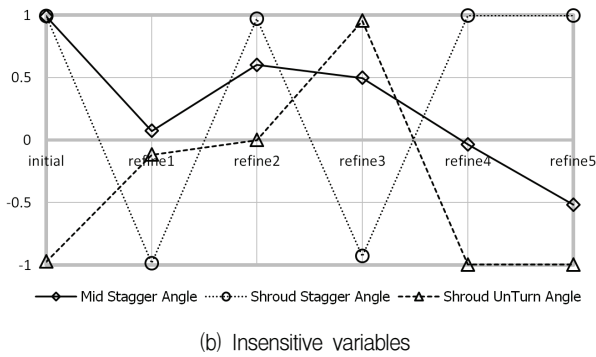
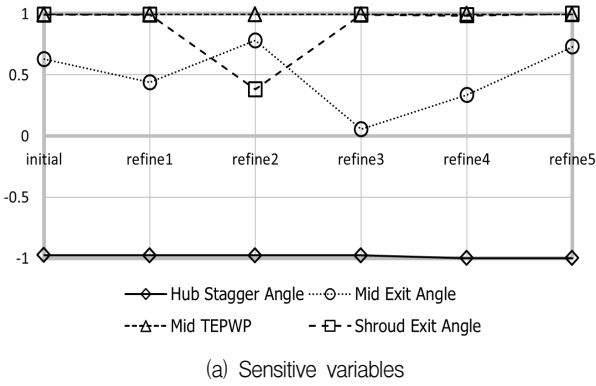


Fig. 9 Normalized optimum point along refine step

5. 최적화 결과

전술한 최적화 기법 및 절차에 따라 수행한 고압터빈 공력 성능 최적화 결과는 Table 4 와 같다. 질량유량 및 팽창율을 제한조건이었던 목표값의 3%이내를 유지하면서 기본 형상과 비교해 0.84%p의 공력효율이 향상되었다.

Fig. 10은 터빈 노즐의 최적화 형상에 대하여 기본 형상 대비 설계변수의 변화 추이를 나타낸 그림이며, 최적화를 통해 도출된 터빈 노즐 설계형상은 기본형상과 함께 Fig. 11에 제시되어 있다.

Table 4 Optimization result

	baseline	opt. point	Δ (%p)
Efficiency (%)	87.09	87.93	0.84

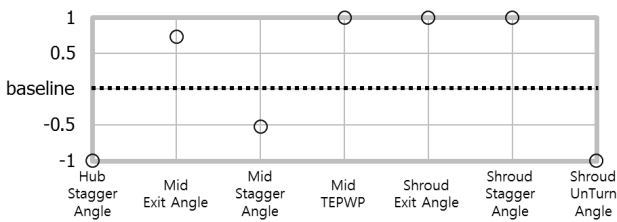


Fig. 10 Design variables distribution at optimum point

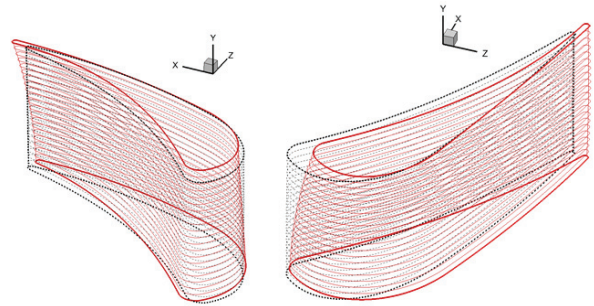


Fig. 11 Comparison of base model(dotted black lines) and optimized nozzle shape(solid red lines)

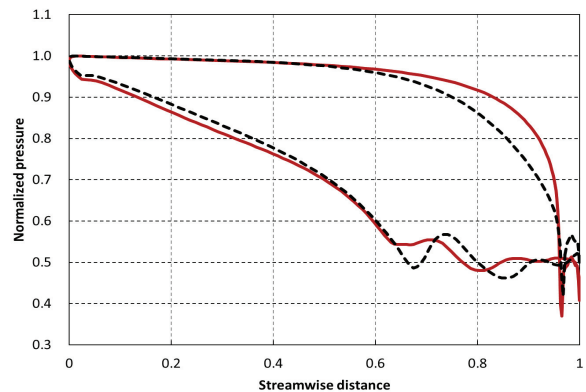
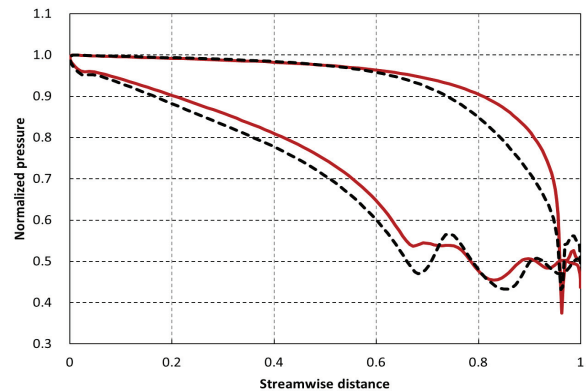
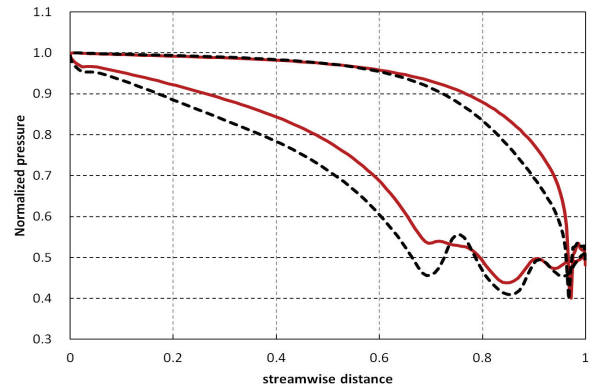


Fig. 12 Static pressure distributions for baseline model(dashed line) and optimized nozzle model(solid line)

최적화결과, 허브 면과 미드스팬 면의 설치각과 슈라우드 면의 목 이후 선회각이 감소한 반면, 나머지 설계변수들은 증가한 경향을 보였다. 특히, 미드스팬 면에서의 유로목면적과 슈라우드 면에서의 설치각 및 출구각이 설계공간 내에서 최대값을 갖는 결과를 보였다. 참고로, 설계공간의 경계 값에 도달한 설계변수들은 설계공간의 확장 또는 이동을 통해 최적화를 재수행하면 추가적인 효율 향상을 기대할 수 있으나, 이는 터빈의 설계 상 제한조건 등과 병행하여 검토하여야 한다.

Fig. 12는 노즐 표면에서 스패น 방향 세 지점에서의 무차원화된 정압 분포를 나타낸 그림이다. 기본형상의 경우 모든 스패น 위치에서 70% 축방향 코드 위치부터 두 번의 압력 하강 및 회복이 발생함을 알 수 있다. 이는 노즐의 기하학적 목 및 하류에서의 후류 등으로 인해 발생한 공기역학적 목에서의 충격과 발생과 이에 따른 정압력 회복으로 인한 소산과정이며 노즐 내의 큰 손실원으로 작용한다. 반면 최적화 형상에서는 첫 번째 정압력 회복으로 인한 소산과정이 크게 줄어든 것을 알 수 있다. 이는 허브 면에서 Fig. 13과 같이 설치각이 감소함에 따라 목이 축방향과 이루는 각도가 줄어들게 되고 이에 따라 동일한 질량유량이 흐르기 위하여 필요한 속도도 줄어들게 되어 목에서의 최대 마하수가 감소하게 되기 때문이다. 미드스팬 면의 유로목면적 증가 역시 목에서의 속도를 더욱 감소시킨다.

한편 10% 스패น과 50% 스패น에서는 흡입면에서 최대 곡률이 발생하는 지점이 하류로 이동하게 되어 전체적으로 날개의 부하가 하류로 이동하는데 설치각이 증가한 슈라우드 면의 경우에는 흡입면 곡률 위치가 전방으로 이동하여 흡입면 압력이 전방부터 급격하게 감소하게 된다. 또한 출구각 및 목 이후 선회각이 증가했기 때문에 질량유량을 보존하기 위해선 자오면 방향의 속도가 더욱 커져야 하므로 출구의 속도가 증가하게 된다.

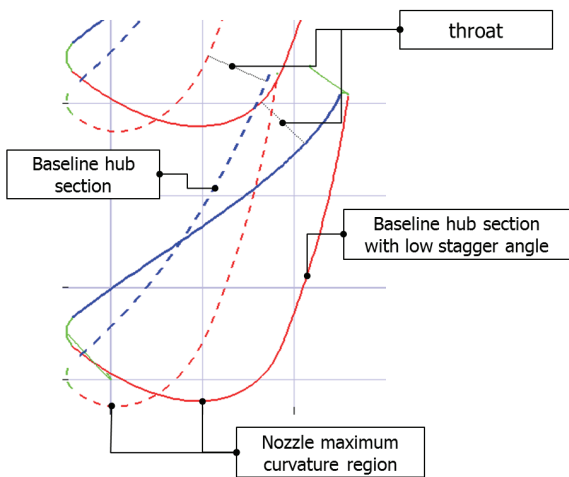
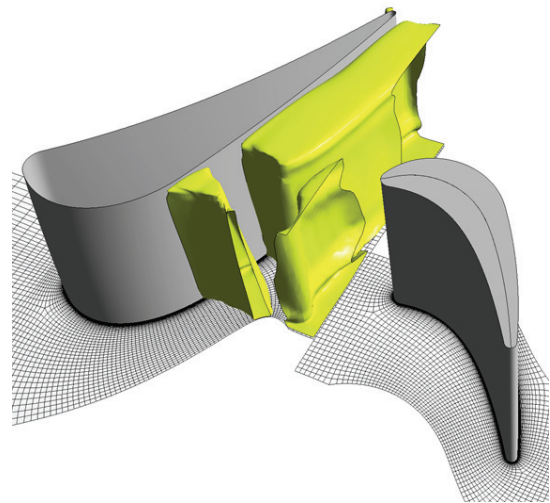
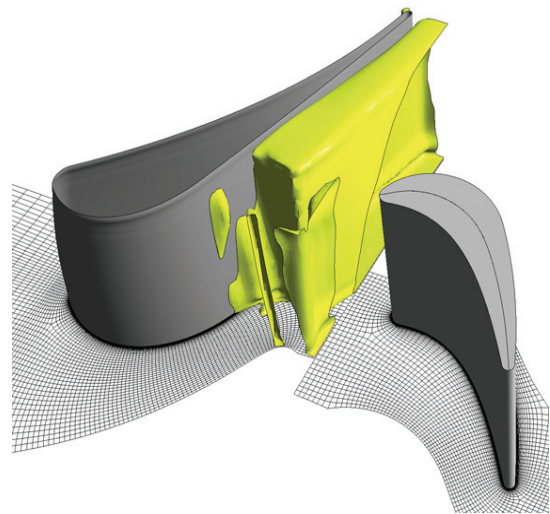


Fig. 13 Airfoil shape variation according to stagger angles



(a) baseline



(b) optimized design

Fig. 14 Mach number 1 iso-surface distribution at nozzle domain

Fig. 14는 기본형상과 최적화 형상에서 마하수가 1인 경우의 등위면을 나타낸다. 기본형상과 비교하였을 때 최적화 형상에서의 기하학적 목에서는 전체적으로 마하수가 1인 영역이 줄어들어 충격파 강도가 현저히 감소하였음을 알 수 있으며 이상의 결과들의 복합적 작용이 터빈의 효율 향상으로 이어진 것으로 판단된다.

6. 결론

크리깅 근사모델을 이용한 최적화 기법을 통해 터보팬 엔진 노즐의 공력 성능을 0.84% 향상시켰다. 이를 위해 근사모델을 구성하는 과정에서 실험점 수에 따른 근사모델의 신뢰도 분석을 통해 신뢰할 수 있는 근사모델을 구성하기 위해 필요한 실험점 수에 대한 연구를 수행하였다. 또한 설계 변수의 민감도에 따른 근사모델 및 최적해의 수렴성을 조사하

여 상대적으로 민감도가 낮은 변수를 이용해 신뢰할 수 있는 근사모델을 얻으려면 더 많은 실험점이 필요함을 확인하였다.

후 기

본 연구는 산업통상자원부 항공우주부품기술개발사업(과제번호: KA00157)의 ‘중소형 항공기용 터보팬 엔진의 고압터빈 냉각설계기술 개발 및 시험평가기술 구축’ 연구과제(한국항공우주연구원, 2013년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행한 연구과제(No. 2009-0083510)이며 각 기관의 도움에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) 이상아, 이세일, 강영석, 이동호, 이동호, 김규홍, “터보팬 엔진 노즐의 형상 최적화와 크리깅 모델을 이용해 모사한 설계 공간의 신뢰도에 관한 연구,” 2012 유체기계연구개발 발표회, Paper No. KFMA_2012_SP07043.
- (2) 최선, 이세일, 정지훈, 강영석, 양수석, 이동호, “축류 압축기 최적설계를 위한 공력 근사모델 특성 연구,” 2011 유체기계연구개발발표회 논문집, pp. 686~687.
- (3) 류태형, 유정훈, 2009, “실험계획법과 순차적 반응표면법을 이용한 선형 모터의 다중 목적 형상 최적설계,” 대한기계학회논문집 A권, 제 33권 제 8호, pp. 726~732.
- (4) 이동우, 백석흠, 이경영, 조석수, 주원식, 2002, “실험계획법과 수리적방법을 이용한 이산설계 공간에서의 다목적 최적설계,” 대한기계학회논문집 A권, 제26권 제 10호, pp. 2150~2158.
- (5) Y. S. Kang, D. H. Rhee, B. J. Cha, 2012, “Aerodynamic design of high pressure turbine for aircraft turbofan engine,” Proceeding of the 7th National Congress on Fluids Engineering, pp. 246~247.
- (6) 강영석, 이동호, 차봉준, “중소형 항공기용 터보팬 엔진의 고압터빈 공력설계,” 2012 유체기계연구개발발표회 논문집, Paper No. KFMA_2012_SP07042.
- (7) Montgomery, Runger, Hubele, 2011, Engineering statistics, Wiley.
- (8) T. W. Simpson, T. M. Mauery, J. J. Korte, F. Mistree, 1998, “Comparison of response surface and kriging model for multidisciplinary design optimization,” AIAA-98-4755.
- (9) T. W. Simpson, A. J. Booker, D. Ghosh, A. A. Giunta, P. N. Koch, R. -J. Yang, 2004, “Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization,” Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 27, Issue 5, pp. 302~313.
- (10) 구요천, 2004, “반응면 기법과 크리깅 기법을 이용한 설계 공간의 타당성 검증,” 석사학위논문, 서울대학교.
- (11) K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, Metarivan, 2002, “A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II,” IEEE Transactions On Evolutionary Computation, Vol. 6, No. 2, pp. 182~198.
- (12) PIAAnO user’s manual - Version 3.5, April 2012, PIDOTECH Inc.
- (13) P. K. Nain, K. Deb, 2003, “Computationally effective search and optimization procedure using coarse to fine approximations,” In Proceeding of Congress on Evolutionary Computation., Canberra, Australia, pp. 2081-2088.
- (14) Eby, D., Averill, R. C., Punch III, W. F., and Goodman, E. D., 1998, “Evaluation of injection island GA performance on flywheel design optimization,” In Proceedings, Third Conference on Adaptive Computing in Design and Manufacturing. Springer.
- (15) T. W. Simpson, T. M. Mauery, J. J. Korte, F. Mistree, 2001, “Kriging Models for Global Approximation in Simulation-Based Multidisciplinary Design Optimization,” AIAA Journal, Vol. 39, No. 12, December, 2001.
- (16) S. K. Jeong, M. Murayama, K. Yamamoto, 2005, “Efficient Optimization Design Method Using Kriging Model,” Journal of aircraft, Vol. 42, No. 2, March-April.