DOI: https://doi.org/10.5293/kfma.2024.27.3.027

ISSN (Print): 2287-9706

LPG 사이드 채널 펌프의 캐비테이션 성능 예측을 위한 수치 해석 연구

곽용준* · 장경식*↑ · 최민준* · 김진영**

Numerical Study on Prediction of Cavitation Performance of LPG Side Channel Pump

Yongjun Kwak*, Kyoungsik Chang*†, Minjun Choi*, Jinyoung Kim**

Key Words: Computational fluid dynamics(전산유체역학), Side channel pump(사이드 채널 펌프), Cavitation flow(캐비테이션 유동), Cavitation performance(캐비테이션 성능)

ABSTRACT

The side channel pump, derived from regenerative pumps, can operate at low flow rates and specific speed compared to centrifugal pumps. It is suitable for transporting liquids with high vapor content, such as LPG, as it can handle up to 50% gas content due to its positive displacement action. However, the shape of the side channel pump and its associated flow characteristics can make it susceptible to cavitation. In the present work, the cavitation performance of the side channel pump when using LPG was studied and compared to the results with clear water. Commercial CFD software, ANSYS CFX 2019R2 was used with the SST-SAS turbulence model and the Zwart cavitation model. Flow within the side channel pump circulates through the impeller and side channel, resulting in energy transfer and an increase in pressure. The internal pressure of the pump varies periodically at intervals of 15° rotation, corresponding to the interaction between the impeller blades and the side channel interrupter. Cavitation performance was analyzed for clean water and LPG, with clean water having an NPSHr value of 13.8m and LPG having a value of 12.65m. Unlike clean water, cavitation vapor in LPG rapidly diffused at the point of NPSHa = 11.85m. This was confirmed to be due to a strong low-pressure area at the side channel near the suction inlet, causing the pressure to drop below the saturation vapor pressure.

1. 서 론

사이드 채널 펌프는 재생형 펌프(Regenerative pump)에서 파생된 펌프로써 상대적으로 낮은 비속도와 유량 조건에서 운용 가능하며 높은 수두를 생성할 수 있는 수력 기계이다. 사이드 채널 펌프는 자흡(Self priming)이 가능하고 약50%까지의 기체가 포함된 유체를 이송할 수 있어 다상 유체와 기화성이 강한 액화가스를 이송하기에 매우 적합하여다양한 산업 분야에서 활용되고 있다. 사이드 채널 펌프는 별(Star) 모양의 임펠러의 측면에 반원 띠 형태의 유로를 두르고 있으며 출구 부분에서 유로가 끊어져 흡입구와 이어진

사이드 채널과 통하는 것을 차단하는 interrupter가 존재하는 것이 큰 특징이다. 임펠러 영역으로 유입된 유동은 임펠러의 회전에 따라 원심력을 받아 외경 방향으로 밀려나고 회전력에 의해 원주 방향으로 흐르며 나선형의 유동을 가지게 된다. 나선형의 유동은 임펠러 영역과 사이드 채널을 반복적으로 넘나들며 순환하게 되는데 이 과정에서 유동은 운동 에너지를 전달받게 된다. 다단 원심 펌프에서 스테이지를 순서대로 통과할 때 에너지를 전달받는 과정과 동일한원리이며 사이드 채널 펌프에서는 임펠러 블레이드 사이를 넘나들 때 이러한 작용이 일어나게 되는 것이다. (1)

^{*} 울산대학교 기계공학부(School of Mechanical Engineering, The University of Ulsan)

^{**} 현대중공업터보기계(Hyundai Heavy Industries Turbomachinery)

[†] 교신저자, E-mail: kschang76@ulsan.ac.kr

펌프에서는 유동이 회전차 입구로 유입되며 유로 변경과 큰 속도 변화로 인해 압력이 큰 폭으로 감소할 수 있고 이에따라 캐비테이션이 발생할 수 있다. (2) 캐비테이션은 유동이액체 내부의 압력이 포화증기압 이하로 감소할 때 증기 기포의 공동이 발생하는 현상을 말한다. 대부분의 수력 기계에서 캐비테이션이 발생하면 성능 저하는 물론이며 소음과진동, 기계의 침식을 유발할 수 있다. 사이드 채널 펌프 또한 형상적 요소에 의한 큰 압력 강하로 캐비테이션이 발생할 가능성이 있다.

펌프의 설치 조건에 따라 결정되는 흡입 수두를 NPSHa (Available Net Positive Suction Head)라고 하는데 이것은 펌프의 입구압력을 결정한다. 이 값이 작은 경우 펌프의 임펠러 유입구에서 압력이 낮아 캐비테이션이 발생할 수 있다. 그리고 이에 따라 펌프의 수두(Head)가 감소하게 된다. 펌프의 캐비테이션 성능을 평가하기 위해 통상적으로 기존의 수두 값에서 3%가 감소하게 되는 흡입 수두의 값을 NPSHr(Required Net Positive Suction Head)로 정하여 흡입 수두가 이보다 높은 값을 가지도록 펌프를 설치하도록 한다. (3)

사이드 채널 펌프의 작동 방식과 특성 곡선을 계산하는 데에는 일반적으로 두 가지 주된 이론이 사용된다. 하나는 Senoo^{(4),(5)}, Iversen⁽⁶⁾, Pfleiderer⁽⁷⁾이 사용한 난류 또는 혼합 이론이고, 다른 하나는 Engels⁽⁸⁾, Wilson 등⁽⁹⁾, Pfaff⁽¹⁰⁾, Grabow⁽¹¹⁾이 사용한 순환 이론이다. 사이드 채널 펌프의 이론적 특성 곡선을 계산하는 데에는 다양한 접근 방식이 있다. 이 방법들 대부분은 특정 펌프 설계로 한정된다. 재생펌프에 대한 이론은 Song 등⁽¹²⁾에 의해 설명되어 있다.

이론과는 상관없이 사이드 채널과 임펠러의 기하학적 영향에 관한 다양한 연구가 있다. 초기 접근 방법은 독일의 Ritter⁽¹³⁾와 Schmiedchen⁽¹⁴⁾이 측면 채널과 블레이드 형상이 펌프 성능에 미치는 영향을 조사한 것이다. Engels는 Schmiedchen의 결과를 기반으로 연구를 수행하였으며 반원형 블레이드 단면을 가진 폐쇄형 임펠러를 사용했다. Pfleiderer는 Schmiedchen과 Engels의 실험적인 연구를 활용했다. 또한, 측면 채널의 입구 면적은 Senoo⁽¹⁵⁾에 의해변형되었다. 그후 Surek⁽¹⁶⁾는 블레이드 형상의 영향을 더자세히 분석했다. 최근의 실험 연구는 Choi 등⁽¹⁷⁾에 의해수행되었으며 다양한 블레이드 각도와 쉐브론 블레이드의 영향을 연구했다.

최근에는 펌프의 내부 유동 현상을 전산 유체 역학(CFD)을 통해 연구할 수 있다. 이를 통해 유동에 대한 기하학적 변화의 영향을 연구할 수 있다. 사이드 채널 기계에 대한 최초의 수치적 접근은 Beilke⁽¹⁸⁾에 의해 2005년에 이루어졌다. Muller⁽¹⁹⁾와 Bohle and Moller⁽²⁰⁾은 CFD 결과를 해석적인 유동 모델과 결합하는 방법을 제시한다. Fleder 등⁽²¹⁾의 연구에서는 이 방법이 여러 다양한 기하학에 적용되었다. 또한 Fleder and Bohle^{(22),(23)}은 CFD를 사용하여 펌프의 내부 유

동 현상을 조사했다. 이러한 연구에서 얻은 정보는 이 논문에서 펌프의 내부 유동과 블레이드 각도 및 프로필이 성능및 해드 곡선에 미치는 영향을 이해하는 데 사용될 수 있다. 다른 연구자들도 자신들의 조사에 수치적 방법을 사용했는데, 예를 들면 Quail 등⁽²⁴⁾이 있다. Kang 등^{(25),(26)}은 소형 재생 펌프에 연구를 수행하였으며, 또한 소형 재생 펌프의 성능에 레이놀즈 수의 영향을 연구했다.

사이드 채널 펌프는 산업에 적용되는 비율이 타종의 펌프에 비해 적은 편이지만 최근 많은 연구가 이뤄지고 있다. 사이드 채널 펌프의 내부 유동은 회전차의 축을 중심으로 대칭적으로 나타나지 않으며 사이드 채널 형상의 특징으로 인해비정상(Unsteady)적인 경향이 매우 크게 나타난다. 이러한이유로 정상 상태의 해석은 적합하지 않으며 정확한 해석을위해서는 비교적계산 비용이 큰 비정상 상태의 해석을 수행해야만 하는 한계가 있다. 하지만 최근에는 컴퓨팅 성능과전산 유동 해석기술의 발달로 이전에 비해 효율적으로 해석을수행할수 있게 되었다. 마찬가지로 캐비테이션 유동의해석 방법 또한 많은 연구를 통해 발전해왔으며 최근에는 다양한 펌프의 캐비테이션 유동을 수행할수 있게 되었다.

본 연구는 사이드 채널 펌프의 비정상 캐비테이션 유동해석을 수행하여 사이드 채널 펌프 구체적인 내부 유동과 캐비테이션 발생에 따른 성능 변화 및 캐비테이션 증기의 거동에 대해 밝히고자 한다. 또한, 현재 사이드 채널 펌프는 LPG(Liquefied Petroleum Gas)와 같은 액화 연료를 이송하기 위해 적합한 것으로 알려져 있으나 LPG를 사용한 실험이나 해석 연구는 공개된 바가 적은 상황이다. LPG는 비등점이 약 -42℃로 기화하기 쉬우므로 캐비테이션에 취약할 수 있다. 본 연구는 LPG를 사용한 캐비테이션 해석을 수행하여 캐비테이션 성능을 파악하고 청수를 사용한 해석 결과와 차이점을 부석하고자 한다.

2. 해석 방법

2.1 지배방정식

캐비테이션 유동의 지배방정식은 아래와 같은 질량 및 운 동량 보존 방정식을 포함한다.

연속방정식:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \frac{\partial(\rho_m u_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

운동량 방정식:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m u_i) + \frac{\partial (\rho_m u_i u_j)}{\partial x_j} =$$

$$- \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu_m + \mu_t) (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}) \right]$$
(2)

여기서 t 는 시간이며, u는 속도이다. i, j, k는 x, y, z방향을 가리키며, p는 압력이다. 위 두 식에서 ρ_m , μ_m 는 액체와 기체의 평균 밀도와 평균 점성계수로서, 증기 체적분율(vapour volume fraction) α 를 이용하여 다음과 같이 계산되다.

$$\rho_m = \alpha_v \rho_v + (1 - \alpha_v) \rho_l \tag{3}$$

$$\mu_m = \alpha_v \mu_v + (1 - \alpha_v) \mu_l \tag{4}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j, \end{cases} \tag{5}$$

2.2 난류모델

본 연구에 사용된 난류 모델은 Scale-Adaptive Simulation(SAS)이다. SAS는 벽 근처의 유동에 대해서는 Standard RANS를 사용하며, 불안정한 흐름 영역에서는 Large Eddy Simulation(LES)를 적용한다. SAS는 난류 스케일 방정식 von Karman length-scale을 기반으로 하여 URANS의 해석에서 분해된 구조(resolved structures)에 즉각적으로 대응한다. 또한, 격자의 크기보다는 국부적인물리적 상황에 대응하여 LES로 전환하기 때문에 효율적으로 벽 난류를 해결할 수 있다는 장점이 있다. SAS 모델의스케일 방정식은 Rotta가 처음 제안한 후 Egorov and Menter (27)가 속도장의 2차 도함수가 척도 방정식의 소스 항에 포함되어야 함을 발견하여 개선되었으며, 기존의 RANS SST 모델의 Specific turbulence dissipation rate ω 에 SAS source term Q_{SAS} 를 추가하였다.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}(\rho U_{j}k) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right] + P_{k} - \rho c_{\mu} k \omega \tag{6}$$

$$\begin{split} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}(\rho U_{j}\omega) &= \\ \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_{j}} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_{k} - \beta \rho \omega^{2} \\ &+ (1 - F_{1}) \frac{2\rho}{\sigma_{\omega^{2}}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \frac{\partial \omega}{\partial x_{j}} + Q_{SAS} \end{split} \tag{7}$$

여기서 Q_{SAS} 와 각 모델 계수는 다음과 같다.

$$Q_{SAS} = \max \left[\rho \zeta_2 \kappa S^2 \left(\frac{L}{L_{vK}} \right)^2 - \left(\frac{2\rho k}{\sigma_{\phi}} \max \left(\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right]$$
(8)

$$\zeta_2 = 3.51, \sigma_{\Phi} = 2/3, \, C = 2, \, L = \sqrt{k}/(c_{\mu}^{1/4} \, \bullet \, \omega), \, L_{vk} = \frac{\kappa S}{\mid U'' \mid} \quad (9)$$

2.3 캐비테이션 모델

본 연구에서 사이드 채널 펌프의 작동 유체로 사용되는 액체는 청수(clear water)와 LPG이며 회전차 입구 영역에서 국부적인 압력 저하로 기화하는 현상이 발생하면서 펌프의 유로 내부에 캐비테이션 증기가 발생한다. Table 1은 청수와 LPG의 액체 및 증기의 물성조건을 나타낸다.

Zwart cavitation model은 캐비테이션 유동의 시뮬레이션 에서 널리 사용되며, 단순화된 Rayleigh-Plesset 방정식에서 유도된다⁽²⁸⁾. 이 방정식은 시간에 따른 기포 반지름의 이차 도함수와 기포 간 상호 작용을 무시한다. 기체 부피 분율 α_v 는 다음과 같은 질량 수송 방정식을 통해 계산될 수 있다.

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_v \rho_v u_j)}{\partial x_j} = \dot{m}^+ - \dot{m}^- \tag{10}$$

$$\dot{m}^{+} = C_{vap} \frac{3\rho_{v}(1 - \alpha_{v})\alpha_{nuc}}{R_{R}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{v} - p}{\rho_{l}}} \quad (p \le p_{v})$$
 (11)

$$\dot{m}^- = C_{cond} \frac{3\rho_v \alpha_v}{R_R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_v}{\rho_l}} \quad (p_v > p)$$
 (12)

여기서 m^+ 는 증기의 발생항, m^- 는 응축항, C_{vap} 는 액체에서 생성된 증발하는 비율 상수, C_{cond} 는 증발물을 다시 액체로 재변환하는 비율 상수, α_{nuc} 는 핵생성 부피 분율, R_B 는 기포 반지름, p_v 는 포화증기압, 그리고 p는 지역 압력을 나타낸다. 이 모델 상수들의 값은 각각 $\alpha_{nuc}=5\times10^{-4}$, $R_B=1\times10^{-6}$ m, $C_{vap}=50$, 그리고 $C_{cond}=0.01$ 이다.

Table 1 Physical properties of fluid

항목(Water)	Liquid	vapor
Reference Temperature	25℃	25℃
Reference pressure	1.01 bar	0.03 bar
Density	997 kg/m ³	0.023 kg/m ³
Dynamic viscosity	8.899e-4 Pa·s	9.8626e-6 Pa·s

항목(LPG)	Liquid	vapor
Reference Temperature	30℃	30℃
Reference pressure	18 bar	1.3 bar
Density	478.3 kg/m ³	26.84 kg/m ³
Dynamic viscosity	8.876e-5 Pa·s	8.625e-6 Pa·s

3. 수치 기법

3.1 형상 및 격자

교를 위해 Wang 등 $^{(29)}$ 의 연구에 사용된 형상과 동일하게 설계하였다. 형상 모델링은 Ansys SpaceClaim을 사용하였다. 설계점에서의 운용 변수는 수두 H=13.5m, 유량 $Q=10~m^3/h$, 회전속도 n=1500~r/min, 비속도 $ns=\frac{3.65nQ^{1/2}}{H^{3/4}}=41$ 이다. Fig. 1에 해석 영역을 나타내었다. 사이드 채널 펌프는 suction pipe, impeller, side channel 그리고 discharge pipe로 구성되어 있다. 입구와 출구 파이프의 길이가 너무 짧은 경우 입구와 출구의 경계에 reverse flow가 발생할 수 있으므로 해석 정확도를 위해 파이프 길이를 직경의 약 8배로 설계하였다. Table 2에 사이드 채널 펌프의 자세한 형상 변수를 정리하였다.

사이드 채널 펌프 해석에 사용된 형상은 실험 결과의 비

Fig. 2는 Ansys ICEM으로 생성한 사이드 채널 펌프 해석에 사용된 격자 시스템이다. 모든 영역을 Structured hexahedral 격자로 생성하였다. 임펠러의 블레이드와 사이드 채널의 벽은 세부적인 내부 유동 구조를 고려하여 격자를 세분화하였다. 임펠러의 블레이드의 벽에서는 y^+ 가 5이하이며, 사이드 채널 벽에서는 30 이하가 되도록 생성하였다.

Fig. 3는 격자 크기의 영향을 확인하기 위해 격자 의존도 검사를 수행한 결과이다. 해석 결과는 모두 NPSHa = 25m에서의 SST-SAS 비정상 해석 결과를 사용하였다. 격자의수에 따라 4개의 격자를 구성하였으며 3번 격자에서 격자의크기 영향이 줄어드는 것으로 나타났다. 이에 따라 계산 효율을 고려하여 3번 격자를 사용하여 사이드 채널 펌프 해석을 수행하였다.

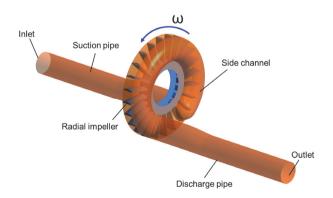
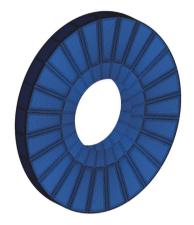


Fig. 1 3D flow domain of the side channel pump



(a) Suction pipe



(b) Impeller



(c) Single passage



(d) Side channel and Discharge pipeFig. 2 Computational grid domain

한국유체기계학회 논문집: 제27권, 제3호, 2024

Table 2 Geometric parameters

Parameters	Values
Impeller inlet diameter (mm)	80
impeller outlet diameter (mm)	150
Blade width (mm)	15
Blade thickness (mm)	2
Blade suction angle (°)	10
Blade number (ea)	24
Radial gap (mm)	0.2
Axial gap (mm)	0.2
Wrapping angle (°)	30
Side channel radius (mm)	17.6

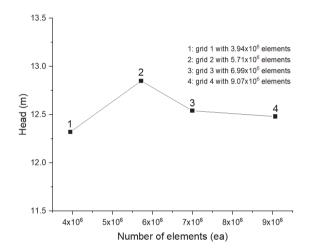


Fig. 3 Grid independence test

3.2 경계 조건 및 해석 방법

흡입 파이프의 입구에는 static pressure의 조건으로 설정하였으며 출구 파이프의 출구의 경계조건은 질량 유량에 맞추어 opening 조건으로 설정하였다. 캐비테이션 조건 하에서 액체의 입구 및 출구 부피 분율은 1로 설정되었고, 기

Table 3 Simulation setup

Boundary Conditions		
Inlet of suction pipe	Static pressure	
Oulet of discharge pipe	Opening	
Domain surfaces	No-slip wall	
Turbulence model		
Steady state	Standard SST k-w	
Unsteady state	SST - SAS	
Interface configuration		
Steady state	Frozen rotor	
Unsteady state	Transient rotor stator	
Numerical calculation solver control		
Time step	1.111e-4 s	
Advection scheme	High resolution	

체의 경우는 0으로 설정하였다. 모든 벽은 점성 벽(No slip wall)으로 설정하였다. 비정상 유동의 해석을 위해 시간 간 격은 임펠러가 1° 회전하는 시간인 1.111×10⁻⁴ s로 설정하였으며 회전 영역과 비회전 영역간의 인터페이스 설정은 Transient Rotor—Stator 기법을 사용하였다. 안정적인 해석을 위해 캐비테이션이 일어나지 않는 조건의 정상 상태해석 결과를 초기 유동장으로 사용하였다. Table 3에 해석에 사용된 설정값을 정리하였다.

4. 수치 해석 결과

4.1 내부 유동

Fig. 4는 사이드 채널 펌프 내부의 속도 유선을 나타낸 것이다. 흡입 파이프를 통해서 임펠러 영역으로 유입된 유동은 방향이 축 방향에서 원주 방향으로 변경된다. 동시에 유체가 원심력에 의해 유체가 임펠러 외경 방향으로 이동하고 케이싱과 충돌하여 사이드 채널로 흐르게 된다. 임펠러의 외경 영역에서 사이드 채널로 유입되는 유체는 높은 원주 속도를 가지며 운동량을 원주 방향의 흐름을 갖는 사이드 채널로 전달된다. 사이드 채널의 외경 영역으로 유입된유동은 내경방향으로 흐르며 임펠러와 사이드 채널 간의 운

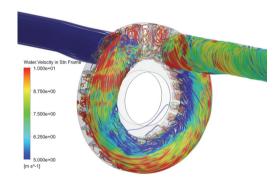


Fig. 4 Streamline and Velocity distribution in Side channel pump

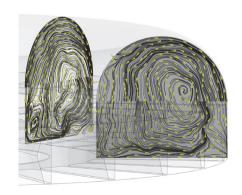


Fig. 5 Circulation flow between impeller and side channel

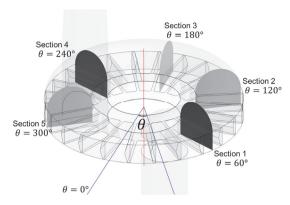


Fig. 6 Cross-sectional location within flow path of side channel pump

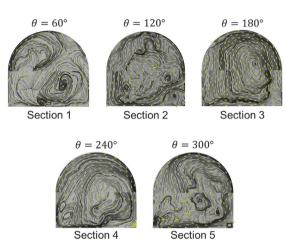


Fig. 7 Streamline at a five cross-section

동량 교환에 의해 원주 방향 속도를 잃게 되고 다시 임펠러 영역으로 유입된다.

Fig. 5는 임펠러와 채널 사이의 순환 유동이 발달 된 구간을 나타낸 것으로 앞서 설명한 유동 형태를 잘 보여주고 있다. 임펠러 영역으로 흡입된 유동은 급격한 유로 변화로 인해 복잡한 유동 구조를 갖지만 사이드 채널을 지나면서 점차순환하는 유동이 발달하게 되는 것이다. 이후 사이드 채널의출구로 나아가면서 순환 유동은 다시 복잡한 흐름을 갖게 된다. 구간에 따른 순환 유동의 발달 양상을 확인하기위해 Fig. 6과 같이 유선을 보기 위한 단면의 위치를 정하였다.

Fig. 7은 선정한 5개 단면에서의 유선을 나타낸 것이다. 각 단면의 왼쪽은 내경 측, 오른쪽은 외경 측이다. 모든 단면에서 대체로 반 시계 방향으로 순환하고 있음을 확인할 수 있다. 또한, 원주 방향으로 흘러가며 임펠러의 원심력에 의해 순환 유동의 중심이 외경 쪽으로 밀려나는 것을 확인할 수 있다.

모든 단면이 크고 작은 와류를 나타내고 있지만 $\theta = 180^{\circ}$ 인 Section 3에서 안정적인 흐름을 보인다. 이는 앞서 설명한 임펠러와 사이드 채널 사이의 순환 유동을 가장 명확히 나타내는 모습이다. 비록 작은 와류가 형성되었으나 Section 4

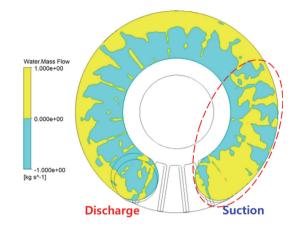


Fig. 8 Exchanged mass flow at the interface

에서도 발달 된 유동 구조를 보인다. 이로 보아 임펠러 흡입 구 주위에서 생성된 와류가 유동 발달에 큰 영향을 미치며 마찬가지로 사이드 채널의 출구에서도 같은 이유로 순환 유동의 흐름이 다시금 복잡한 구조를 가지게 되는 것으로 보인다. 그리고 입구와 출구의 중간 지점인 Section 3 주위의 영역에서는 순환 유동이 발달하게 되는 것이다.

Fig. 8은 임펠러와 사이드채널 계면에서의 교환된 질량 유량이다. 유동의 방향에 따라 두 가지색으로 나타내었다. 노란색의 영역은 앞서 설명한 바와 같이 원심력에 의해 임펠러 외경으로 밀려나 벽을 따라 사이드 채널로 유입되는 유동의 영역을 나타낸 것이고, 하늘색의 영역은 사이드 채널로 유입된 유동이 순환하여 임펠러 영역으로 다시 유입되는 유동의 영역을 나타낸다. 붉은색 점선으로 표시한 흡입구에 가까운 영역은 유동이 발달 되지 않아 불규칙한 유량교환이 나타나지만, 그 이후에는 유동이 외경 측에서 사이드 채널로 유입되고 내경 측에서 임펠러로 유입되는 규칙적인 유동이 나타나고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 9는 같은 위치의 사이드 채널 계면에서 와도(vorticity) 를 나타낸 것이다. Fig. 10과 같은 붉은색 점선의 흡입구 측 영

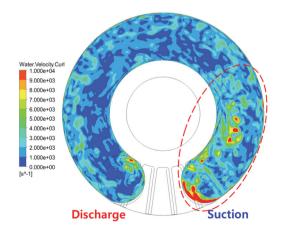


Fig. 9 Vorticity at the interface

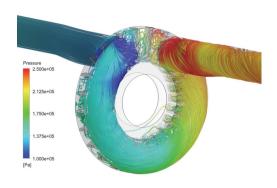


Fig. 10 Pressure distribution at cross-sections within the impeller region as a function of rotation

역에서 상대적으로 큰 와도가 발생하고 있다. 이는 앞서 설명한 흡입구 측에서의 불규칙한 유동과 순환 유동이 발달하는 구간 을 뒷받침해주는 결과로 볼 수 있다.

4.2 압력 분포

본 절에서는 사이드 채널 펌프 내부의 압력 분포를 살펴보았다. 펌프는 입구와 출구의 압력 차이(pressure difference)를 생성시켜 유체를 이송하는 기계이다.펌프 내부의 압력 분포에 대해서 아는 것은 펌프의 작동 원리와 그 특성을 이해하는 데에 큰 도움이 될 수 있으며, 다른 펌프에 비해 연구된 바가 부족한 사이드 채널 펌프의 압력 분포에 관한 연구는 앞으로의 산업에의 적용에 있어 유용한 정보가 될 수 있다. 또한, 캐비테이션 발생에 있어 압력이 미치는 영향이 매우 크므로 캐비테이션 특성을 이해하기 위해 압력 분포를 연구할 필요가 있다.

Fig. 10는 사이드 채널 펌프 내부의 속도 유선에 나타낸 전체적인 압력 분포이다. 임펠러와 사이드 채널을 따라 회 전하며 압력상승이 일어나고 있음을 확인할 수 있다. 그리 고 여타의 펌프와 마찬가지로 임펠러의 흡입구에서 유동이 급격한 변화를 겪어 압력이 강하하는 현상이 나타난다. 압 력이 급격히 감소하게 되어 액체의 포화증기압 아래로 압력

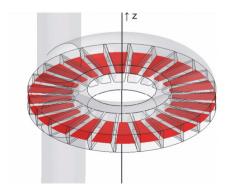


Fig. 11 Cross-sectional location within the impeller region

이 떨어지게 되면 캐비테이션이 발생할 수 있으며 이것은 펌프 내부에서 캐비테이션이 발생하는 주된 원인이다. (2)

Fig. 11과 같은 임펠러 영역의 xy단면(z = 0m) 에서의 압력 분포를 Fig. 12에 나타내었다. 임펠러 영역 내부의 압력 분포는 임펠러의 블레이드가 24개이므로 15°(= 360°/24) 회전하는 시간을 주기로 변동이 일어나게 된다. T를 임펠러 블레이드가 축을 중심으로 15° 회전하는 시간으로 두고 2°씩 회전(2T/15 간격)할 때마다 하나의 결과 그림을 나타내었다.

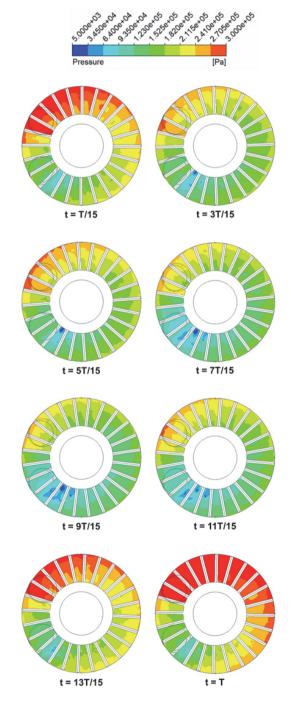
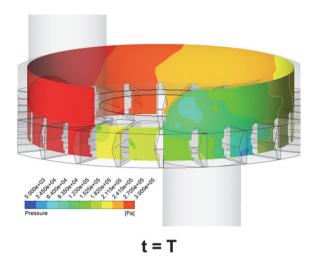


Fig. 12 Pressure distribution at cylindrical cross-sections at moments t = 9T/15 and t = T



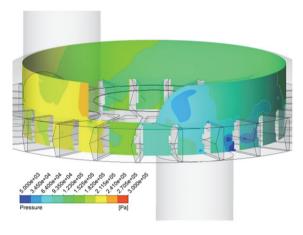


Fig. 13 pressure distribution at cylindrical cross-sections at moments t = 9T/15 and t = T

t = 9T/15

Fig. 12의 시간에 따라 나타낸 임펠러 영역 단면에서의 압력 분포에서 공통적으로 나타나는 것은 내경에서 외경방향으로 압력이 증가하고 있으며, 또 하나는 회전에 따라 각 패시지(passage)에서의 압력이 순차적으로 증가하고 있다. 사이드 채널의 출구까지 높아진 압력은 사이드 채널 출구와 흡입구 사이의 interrupter를 지나면서 다시 압력이 감소하게된다. 전반적인 압력은 t = 9T/15에서 가장 낮게 나타나며 t = T에서 가장 높게 나타난다. 이 두 가지 압력 분포를 비교해보면 Fig. 13과 같이 t = 9T/15의 경우에는 interrupter사이에 하나의 패시지가 있다. 양 끝의 패시지 중 하나는 흡입파이프와 사이드 채널 간의 유로가 통하고 있고 또 하나는사이드 채널의 출구와 유로를 통하고 있다. 반면에 t = T의 순간에는 두 개의 블레이드 면과 interrupter의 경계가 맞물리고 있으며 급격히 내부 압력이 상승하게 된다. 이러한 작용이 15° 회전 간격으로 주기적으로 나타나게 된다.

Fig. 14는 180° 회전 시간 동안 계산된 수두 값을 나타낸 것이다. 앞서 설명한 바와 같이 내부 압력이 15° 회전하는

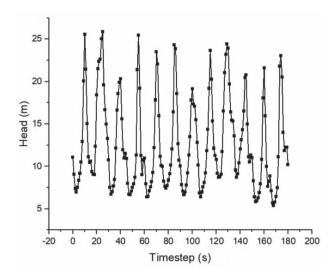


Fig. 14 Head fluctuation curve

시간을 주기로 변동하기 때문에 수두 값 또한 같은 주기를 나타내고 있다.

5. 캐비테이션 해석 결과

5.1 캐비테이션 성능 곡선

Fig. 15은 사이드 채널 펌프의 캐비테이션 해석 결과를 검증하기 위해 벤치마크 사이드채널 펌프의 연구 결과인 Wang 등⁽²⁹⁾의 캐비테이션 성능 곡선 결과의 실험값과 비교한 것이며 NPSHa(Available Net Positive Suction Head) 값에 따른 수두의 변화를 나타내고 있다. NPSHa의 공식은 식(13)을 사용하였다.

$$NPSHa = \frac{p_i - p_v}{\rho_i g} + \frac{v_i^2}{2g} \tag{13}$$

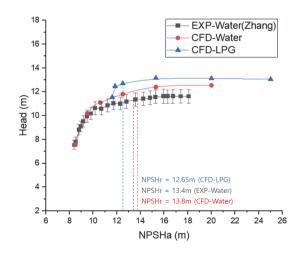


Fig. 15 Results of cavitation performance in a side channel pump

여기서 p_i 는 펌프의 입구 압력이고, p_v 은 액체의 포화증기압이다. 그리고 p_i 액체의 밀도이며 v_1 은 펌프 입구에서의 속도이다. NPSHa의 값은 입구 압력에 따라 변하게 되며 NPSHa가 감소함에 따라 펌프에서 캐비테이션이 발생할 가능성이 증가하며 이에 따라 수두가 감소하게 된다. 수두를 계산하기 위한 공식은 식(14)과 같다.

$$H = \frac{p_o - p_i}{\rho_i g} \tag{14}$$

여기서 p_o 은 펌프 출구의 압력이고, p_i 는 펌프 입구 압력이다. 캐비테이션 성능 곡선을 보면 NPSHa의 값이 감소할수록 수두의 값은 점진적으로 떨어지며 그 값이 감소하는 추세가 더욱 커지는 양상을 보인다. 실험값과 비교하였을 때 NPSHa 값이 수두 값에 영향을 미치지 않을 정도의 큰 값에서는 실험 값과 시뮬레이션 값이 각각 11.6m와 12.5m 정도로 약 0.9m의 차이를 보이지만 NPSHa 값이 감소할수록 오차가 감소하여, 더욱 일치하는 결과를 보였다. 시뮬레이션의 NPSHa 20m의 수두 값을 기준으로 3% 감소한 약 12.15m의 수두 값에 해당하는 NPSHr(Required Net Positive Suction Head)의 값은 약 13.8m이다. 이는 실험값을 통해 제시된 13.4m의결과와 약 3%의 차이를 보이는 결과이다.

LPG를 사용하였을 때의 결과는 수두 값이 약 13.1m를 유지하다가 NPSHa의 값이 약 16m인 지점부터 감소하여 12.65m에 이르렀을 때 3% 감소한 결과를 보였으며 청수의 경우보다 급격히 감소하는 경향을 보였다.

5.2 캐비테이션 유동 양상

사이드 채널 펌프는 앞서 설명한 바와 같이 유동이 임펠러 흡입구에 유입되면서 강한 압력 강하가 발생한다. 이에 따라 임펠러 흡입구에서 캐비테이션이 발생할 가능성을 유추할 수 있다. Fig. 16은 청수를 사용하였을 때 임펠러 블레이드의 한 주기(15° 회전 시간) 내에서의 증기 체적이 서로다른 NPSHa 조건에서 어떻게 변화하는지를 나타낸 것이다. 유추한 바와 같이 유동이 임펠러 영역으로 유입되는 흡입구주위에서 캐비테이션이 발생하고 있음을 확인할 수 있다. 모든 경우의 그림에서 흡입구 경계를 따라 캐비테이션 증기가 포진되어 있다. 이는 흡입구로 유입된 유동이 급격한 유로 변경과 속도 변화를 겪으므로 발생하는 압력 강하로 인해 발생하는 결과이며, 4.2절의 압력 분포에 관해 설명한바와 일치하는 결과이다.

NPSHa 값을 따라서는 그 값이 작아질수록 캐비테이션 증기 체적이 뚜렷하게 증가하는 것을 확인할 수 있다. NPSHa = 15.3 m의 경우에는 캐비테이션 증기 체적이 흡입 구 경계면으로부터 발생하여 약 한 개의 패시지 거리 만큼

Water	NPSHa = 15.3 m	NPSHa = 10.6m	NPSHa = 8.5m
Initial Timestep	1 Suction		A.
1/5T			
2/5T			
3/5T			
4/5T			
т			

Fig. 16 Variations in cavitation vapor volume within one impeller blade cycle as a function of time and NPSHa

확산하며, NPSHa = 10.6m의 경우는 두 개, NPSHa = 8.5m의 경우는 패시지 4개의 거리 만큼까지도 확산한다. 그리고 NPSHa 값이 감소함에 따라 임펠러의 패시지 뿐만 아니라 사이드 채널 영역까지 캐비테이션 증기가 확산되는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 17는 청수의 NPSHa = 9.5m 조건에서의 캐비테이션 증기 체적과 압력 분포를 나타낸 것이며, Fig. 18은 흡입면(Suction side)과 압력면(Pressure side)에서의 증기 체적 분율의 분포를 나타낸 것이다. 캐비테이션 증기 체적을 보면 임펠러 블레이드의 흡입면 가까이에 분포되어 있음을

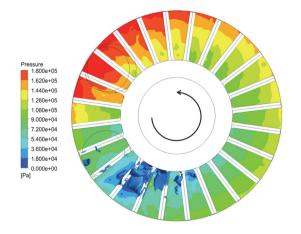


Fig. 17 Cavitation vapor volume and pressure distribution

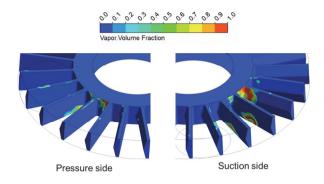


Fig. 18 Distribution of vapor volume fraction at the pressure surface and suction surface

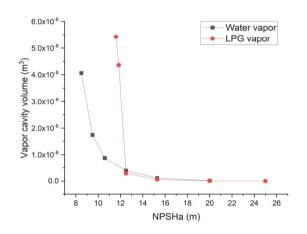


Fig. 19 Variations in cavitation vapor formation with NPSHa

확인할 수 있다. 임펠러의 회전에 따라 압력면과 흡입면이 생성되는데, 각 패시지에서는 두 면 사이에서 압력 구배가 형성되고 액체와 기체 간의 밀도 차이에 의해 캐비테이션 증기는 흡입면 가까이에 분포하게 된다. 원심력에 의해 생성된 압력 구배에 의해 임펠러 내경 가까이에 분포하는 것 또한 확인할 수 있다. 그리고 각 패시지에서 생성된 캐비테이션 증기는 임펠러의 회전에 따라 고압의 영역으로 흘러가며 소멸하게 된다.

Fig. 19는 NPSHa 값에 따른 청수와 LPG의 증기 체적을 나타낸 것이다. 앞서 설명한 바와 같이 NPSHa 값이 감소할 수록 두 가지 유체 모두 증기 체적이 증가하는 것을 확인할 수 있다. 하지만 청수에 비해 LPG의 증기 체적은 NPSHa = 11.85m 지점에서 급격히 증가하였다.

5.3 LPG 캐비테이션 유동 해석 결과

NPSHa = 12.5m 이상의 조건에서는 청수와 LPG의 캐비데이션 유동 양상이 특별한 차이를 보이지 않았지만 NPSHa = 11.85m 이하의 조건에서 차이를 보였다. 이 차이를 확인하기 위해 두 유체의 NPSHa 값에 따른 증기 체적 그림을

NPSHa	Water Vapor	NPSHa	LPG Vapor
20m		25m	
15.3m		20m	
12.5m		15.3m	
10.6m		12.5m	
9.5m		11.85m	CX
8.5m		11.6m	

Fig. 20 Variations in appearance of cavity volume with NPSHa

Fig. 20에 나타내었다. 앞서 언급한 바와 같이 NPSHa = 12.5m 이하의 조건에서는 두 유체 증기가 나타나는 양상에 차이가 나타나지 않지만, LPG 해석의 NPSHa = 11.85m의 조건에서는 흡입부의 사이드 채널에서 증기 체적이 크게 확산한 것을 확인할 수 있다. 이는 더 낮은 NPSHa = 8.5m 조건에서의 청수 해석 케이스보다 더욱 뚜렷하게 나타나는 모습이다. 그리고 캐비테이션 증기의 체적 값 또한 NPSHa = 11.85m의 LPG 증기가 더 많이 발생하였다. LPG 해석의 결과에서 이러한 급격한 증기 발생이 나타나는 원인을 밝히기위해 내부 유동을 조사하였다.

Fig. 21은 LPG 해석의 NPSH = 11.85m 조건에서 속도 유선과 압력 분포를 나타낸 뒤 압력이 낮은 영역을 집중적으로 탐색하기 위해 Contour legend의 투명도를 조절한 그림이다. 투명도에 의해 저압의 영역이 뚜렷하게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 그리고 앞서 보았듯이 유동이 임펠러 영역으로 유입되어 임펠러의 회전과 함께 흘러가는 영역, 흡입부의 사이드 채널 영역에서 압력이 상대적으로 훨씬 낮은 것을 확인할 수 있다. 하지만 두 영역에서 발생하는 캐비테이션은 서로 다른 방식으로 발생하는 것으로 보인다. 앞선 결과와 함께 보았을 때 흡입부 임펠러 영역에서는 NPSHa의 감소와 함께 캐비테이션 증기가 지속적으로 나타나지만 흡입부의 사이드 채널 영역에서 나타나는 캐비테이

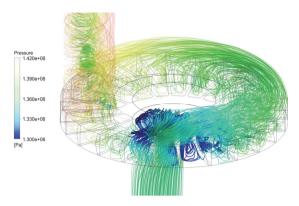


Fig. 21 Pressure distribution under the condition of LPG with NPSHa = 11.85m

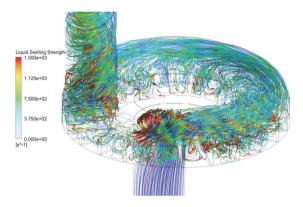


Fig. 22 Swirling strength under the condition of LPG with NPSHa = 11,85m

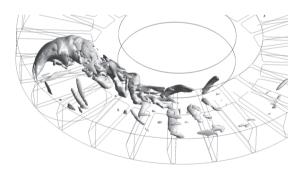


Fig. 23 Vortical structure in the side channel under the condition of LPG with NPSHa = 11.85m

선 증기는임계점의 이하의 NPSHa 조건에서 나타난다는 것을 알 수 있다. 이 원인은 그림에서 확인할 수 있듯이 흡입부 사이드 채널 영역에서 존재하는 스월(Swirl)에 의한 것으로 보인다.

Fig. 22를 보면 이 영역에서 강한 스월이 발생하고 있음을 확인할 수 있다. 또한, Fig. 23은 다른 영역을 제외한 사이드 채널 영역에서의 Swirling Strength = 1600s⁻¹의 값을 갖는 영역을 나타낸 와류 구조이다. 스월 유동으로 인해큰 부피의 와류 구조가 나타나고 있으며 캐비테이션 증기가 발생하는 영역과 일치함을 확인할 수 있다. 그리고 앞서 살

퍼보았듯이 순환 유동이 사이드 채널을 따라 출구로 흐르며 유동이 발달하게 되는데 이에 따라 와류 구조는 서서히 소 멸하게 된다.

흡입부 사이드 채널 영역에서의 스월은 사이드 채널 펌프 해석의 모든 케이스에서 확인되며 시간에 따라서도 사라지지 않고 지속적으로 나타난다. 이는 사이드 채널의 형상으로 인해 발생하는 특징적인 유동 구조인 것이다. 스월의 중심부는 상대적으로 압력이 감소하게 되고, 이 영역에서의 압력이 임계점의 NPSHa에서 포화증기압 이하로 감소하면서 캐비테이션 증기가 급격히 확산하게 된다.

6. 결 론

본 연구에서는 사이드 채널 펌프의 캐비테이션 해석을 통하여 청수와 LPG를 사용한 사이드 채널 펌프 내부의 유동 및 캐비테이션 성능과 캐비테이션 증기의 거동을 조사하는 연구를 수행하였다.

형상과 격자 생성은 각각 Ansys SpaceClaim과 ICEM을 사용하였으며 수치해석은 Ansys CFX 2019R2 버전을 사용하였다. 비정상 상태 해석을 수행하였으며 회전 영역과 비회전 영역간의 인터페이스는 Transient Rotor-Stator를 사용하여 임펠러의 블레이드와 사이드 채널 간의 시간에 따른 상호 작용이 존재함을 확인하였다. 난류 모델은 SST-SAS 모델을 사용하였으며 캐비테이션 모델은 Zwart cavitation model을 사용하였다. 해석 결과를 실험값과 비교하여 해석 방법의 검증 하기 위해 선행 연구에 사용된 사이드 채널 펌프 형상을 사용하였으며 캐비테이션 성능 결과를 비교하였다.

사이드 채널 펌프의 유동은 임펠러 영역으로 유입되며 유로와 속도에 큰 변화가 생기고 이에 따라 강한 압력 강하가나타난다. 임펠러의 회전에 의한 원심력으로 유동은 임펠러영역 내에서 패시지의 외경 방향으로 밀려나 사이드 채널로유입된다. 그리고 임펠러의 회전과 함께 원주 방향으로 흐르며 최종적으로 임펠러 영역과 사이드 채널을 넘나드는 나선형의 유동을 보이게 된다. 이 과정에서 큰 에너지 전달이발생하고 유동의 압력은 상승하게 된다. 순환 유동은 임펠러영역의 흡입구에서는 와류의 영향이 강해 뚜렷하게 나타나지 않지만 사이드 채널 길이의 중간 지점에서 안정적으로 발달하는 것을 확인할 수 있었다.

사이드 채널 내부의 압력 분포는 임펠러의 블레이드와 사이드 채널의 interrupter 와의 상호 작용으로 인해 블레이드 간의 간격인 15°를 회전하는 시간을 주기로 내부 압력의 변동이 나타났다. 이에 따라 펌프 수두의 값 또한 같은 주기로 변동이 나타났다.

사이드 채널 펌프에서 캐비테이션은 압력 분포를 확인한 바와 같이 주로 임펠러 흡입구에서 나타났다. 캐비테이션 증기 또한 압력의 분포의 영향을 받으므로 펌프 내부의 압력이 보이는 바와 같이 임펠러가 15° 회전하는 시간을 주기로 확산과 붕괴가 일어남을 확인하였다.

NPSHa 값의 감소에 따라 캐비테이션 증기가 확산되었으며 비교적 압력이 낮게 나타나는 임펠러 내경과 블레이드의 흡입면 측에 분포하게 된다. 그리고 임펠러의 회전과 함께 이동하게 되며 고압의 영역에서 붕괴가 나타나는 것으로 확인하였다

청수와 LPG의 캐비테이션 성능은 청수가 NPSHr의 값이 13.8m로 나타났고, LPG는 12.65m의 값을 갖는다. LPG의 경우에는 NPSHa = 11.85m인 조건에서 캐비테이션 증기가 급격히 증가하는 양상을 보였는데 이는 임펠러 흡입구 측의 사이드 채널 부위에서 강한 스월로 인해 압력이 낮은 영역에서 발생하는 것임을 확인했다.

후 기

이 연구는 산업통상자원부의 재원으로 한국산업기술기획 평가원 소재부품기술개발사업 지원을 받아 수행된 연구 (20022457)이며 교육부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 지자체-대학 협력기반 지역혁신 사업의 결과 입니다. (2021RIS -003)

References

- (1) Appiah, D., Zhang, F., Yuan, S., and Osman, M. K., 2018, "Effects of the geometrical conditions on the performance of a side channel pump: A review," International Journal of Energy Research, Vol. 42, No. 2, 416–428.
- (2) Brennen, C., 2011, Hydrodynamics of Pumps, Cambridge University Press, New York.
- (3) Schiavello, B., Visser, F., 2009, "Pump Cavitation: Various NPSHR Criteria, NPSHA Margins, Impeller Life Expectancy".
- (4) Senoo, Y., 1948, "Theoretical Research on Friction Pump. Rep. Res. Inst. Fluid Eng. Kyushu Univ". Vol. 5(1), 23–38.
- (5) Senoo, Y., 1954, "Researches on Peripheral Pumps," Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Vol. 3, No. 10, 53–113.
- (6) Iversen, H. W., 1955, "Performance of the periphery pump. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers," Vol. 77, No. 1, 19–22.
- (7) Pfleiderer, C., 1949, "Centrifugal Pumps for Liquids and Gases", Vol. 3, Springer-Verlag, Berlin.
- (8) Engels, H., 1940, "Investigations of Ring Pumps (Regenerative Pumps)," Ph.D. thesis, TH Hannover, Hannover.

- (9) Wilson, W. A., Santalo, M. A., and Oelrich, J. A., 1955, "A theory of the fluid-dynamic mechanism of regenerative pumps," Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 77, No. 8, 1303–1311.
- (10) Pfaff, H., 1961, "Comparative Investigations of Regenerative Pumps With and Without Diffusor". Ph.D. thesis, Faculty of Mechanical Engineering, Technical University of Hannover, Hannover.
- (11) Grabow, G., 1971, "Effect of blade shape on the characteristic behavior of peripheral and side channel pumps and hydrodynamic fluid couplings," Ph. D. thesis, Technical University of Magdeburg, Magdeburg.
- (12) Song, J. W., Engeda, A., and Chung, M. K.,2003, "A modified theory for the flow mechanism in a regenerative flow pump". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Vol.217, No.3, 311–321.
- (13) Ritter, C., 1930, "About self-priming centrifugal pumps and experiments on a new pump of this type," Ph. D. thesis, Saxon Technical University of Dresden, Dresden.
- (14) Schmiedchen, W., 1932, "Studies on centrifugal pumps with side ring channel," Ph. D. thesis, Saxon Technical University of Dresden, Dresden).
- (15) Senoo, Y., 1956, "A comparison of regenerative-pump theories supported by new performance data," Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol.78, No.5, 1091–1095.
- (16) Surek, D., 1998, "The influence of the geometry of the blade on the gradient of characteristic lines of side channel machines," Forschung im Ingenieurwesen, Vol. 64, 173–182.
- (17) Choi, W. C., Yoo, I. S., Park, M. R., and Chung, M. K., 2013, "Experimental study on the effect of blade angle on regenerative pump performance," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Vol. 227, No. 5, 585–592.
- (18) Beilke, J., 2005, "Numerical Investigations on the Unsteady Flow in Side Channel Blowers," Ph. D. thesis, Faculty of Mechanical Engineering, Process and Energy Engineering, Technical University of Freiberg, Freiberg.
- (19) Müller, T., 2012, "Application of Algebraic Models of Computation and CFD Results for Assessing the Quality of Hydraulic Side Channel Pumps," Ph.D. thesis, Technical University of Kaiserslautern, Kaiserslautern.
- (20) Böhle, M., and Möller, T., 2009, "Evaluation of the flow inside a side channel pump by the application of an analytical model and CFD," Fluids Engineering Division Summer Meeting, Vol. 43727, pp. 11–18.
- (21) Fleder, A., Müller, T., and Böhle, M., 2011, "A theoretical method to improve the side channel pump efficiency," Proceedings of the 9th European Conference,

- Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics, Istanbul
- (22) Fleder, A., and Böhle, M., 2012, "A study of the internal flow structure in a side channel pump," Proceedings of the ISROMAC-14, Honolulu, HI, USA, 27.
- (23) Fleder, A., and Böhle, M., 2012, "Numerical and experimental investigations on the influence of the blade shape on industrial side channel pumps," International rotating equipment conference, pp. 289–298.
- (24) Quail, F. J., Scanlon, T., and Baumgartner, A., 2012, "Design study of a regenerative pump using one-dimensional and three-dimensional numerical techniques," European Journal of Mechanics-B/Fluids, Vol. 31, 181-187.
- (25) Kang, S. H., Lim, H. S., and Ryu, S. H., 2004, "Performance evaluation of a regenerative pump of small size," Heat Transfer Summer Conference, Vol. 46911, pp.

- 1171-1178.
- (26) Kang, S. H., and Ryu, S. H., 2009, "Reynolds number effects on the performance characteristic of a small regenerative pump".
- (27) Egorov, Y., and Menter, F., 2008, "Development and application of SST-SAS turbulence model in the DESIDER project. In Advances in hybrid RANS-LES modelling," Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 261–270.
- (28) Zwart, P. J., Gerber, A. G., and Belamri, T., 2004, "A two-phase flow model for predicting cavitation dynamics," In Fifth international conference on multiphase flow, Vol. 152.
- (29) Wang, Y., Zhang, F., Chen, K., Hong, F., and Yuan, S., 2023, "Influence of cavitation on energy loss in a side channel pump at different flow rates," Physics of Fluids, Vol. 35, No. 6.