

항공기 터보팬 엔진용 팬 블레이드 설계속도 진동 및 플러터 해석

김동현*† · 고승진** · 김동일*** · 이효성***

Vibration and Flutter Analysis of Fan Blades at Design Speed in an Aircraft Turbofan Engine

Dong Hyun Kim*†, Seoung Jin Go**, Dong Il Kim***, Hyo Seong Lee***

Key Words : Engine Fan Blade(엔진 팬 블레이드), Blisk(브리스크), Vibration(진동), Flutter(플러터), Mode Shape(모드 형상)

ABSTRACT

This study presents a comprehensive vibration and flutter analysis of a newly designed turbofan engine fan. The structural dynamic characteristics of the stage 1 and stage 2 fan blades were investigated using finite element analysis, incorporating the effects of rotational speed and blade-hub interaction. A full-annular finite element (FE) model was constructed to more accurately capture the global dynamic behavior, thereby addressing the limitations of simplified cyclic symmetry assumptions. Aerodynamic damping under various conditions was effectively evaluated through CFD-based flutter analysis using the Fourier transformation method, with consideration of multiple inter-blade phase angles (IBPAs). The influence of mesh type, mesh resolution, modal amplitude, and time step on aerodynamic damping was quantified. Comparative results showed strong consistency between single-passage and full annular models, validating the effectiveness of the proposed method. The preliminary fan blade design was found to closely satisfy the required flutter stability criteria at design speed, and additional insights were provided to support future design optimization.

1. 서론

국내 항공산업은 초기 조립 및 면허 생산 단계에서 출발하여 훈련기, 헬기, 전투기 등 독자적 모델을 개발하여 수출할 수 있는 수준까지 도달하였다. 그러나 항공기용 엔진은 그 특성상, 주로 해외 제조사의 검증된 엔진을 도입하여 활용해 왔다. 항공기용 엔진 시장은 여전히 소수 제조사가 주도하고 있으며, 이러한 기업들은 국가 전략기술로 분류되는 항공기용 엔진 기술을 철저히 통제하고 외부 유출을 방지함으로써 독점적 시장 구조를 유지하고 있다.

2018년 기준 국내 항공기 엔진의 기술 수준은 선진국 대비 약 62.5%로 평가되었다. 이에 따라 국방기술진흥연구소는 성공적인 첨단 항공엔진의 국내 개발을 목표로 무인기용

터보팬 엔진 개발 목표 수립, 거버넌스 구축, 인프라 확충, 단계별 개발 로드맵 제시 등의 제언을 발표하였다. 첨단 항공엔진 기술은 경제 및 안보 관점에서 매우 중요한 기술로, 12대 국가전략기술(과학기술정보통신부) 및 10대 국방전략기술(국방부)에 모두 포함되어 있다. 또한, 미래 전장이 항공 및 우주 분야로 확장될 것으로 전망됨에 따라, 방위산업이 미래 성장동력으로 부상하고 있는 상황에서 독자적인 항공엔진 개발의 필요성은 더욱 강조되고 있다. 이에 국내에서는 2030년대 중후반까지 국산 전투기에 적용할 수 있는 15,000 lbf급 터보팬 엔진 개발을 위해 노력하고 있다.

제트엔진은 터보제트(turbojet), 터보팬(turbofan), 터보프롭(turboprop) 및 터보샤프트(turboshaft) 등으로 분류될 수 있으며, 고정익 항공기에는 주로 터보제트와 터보프

* 경상국립대학교 항공우주공학부(Gyeongsang National University, School of Aerospace Eng.)

** 경상국립대학교 기계항공공학부 대학원(Gyeongsang National University, Graduate School of Mechanical and Aerospace Eng.)

*** 한화에어로스페이스(주) Advanced Technology R&D Center(Hanwha Aerospace)

† 교신저자, E-mail : dhk@gnu.ac.kr, dhk0521@gmail.com

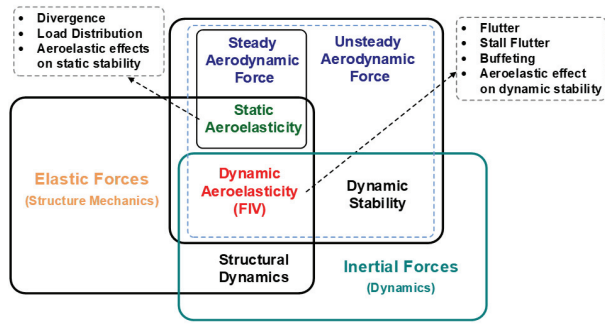


Fig. 1 Schematic diagram of physics of aeroelasticity

롭이 사용되고, 헬리콥터와 같은 회전익 항공기에는 주로 터보샤프트 엔진이 사용된다. 제트엔진과 보조동력장치(APU)에는 설계 개념상 압축기와 터빈에 고강도의 블레이드를 포함하고 있으며, 이들은 극한 작동환경에 노출된다. 특히, 고성능 제트엔진은 성능 향상을 위해 다단 압축기와 다단 터빈 구조가 적용된다.

탄성체 구조물은 유체 흐름과의 상호작용으로 다양한 형태의 진동 현상을 경험할 수 있으며, 심각한 파손에 이를 수 있는 경우가 종종 발생한다. 비정상 점성 유동(unsteady viscous flow)과 구조의 동적 상호작용으로 유발되는 진동 현상은 대부분 공력탄성학(aeroelasticity) 분야에 포함되며, 이 중 위험성이 가장 큰 플러터(flutter) 현상은 우선적으로 고려되어야 할 대상에 해당한다.

공력탄성학적 현상은 Fig. 1에 나타난 바와 같이 유체력(fluid force), 구조물의 탄성력(elastic force) 및 관성력(inertia force)에 의한 하중들이 밀접하게 연계되어 발생하는 현상들이다. 공력탄성학적 현상들은 다양한 전문 해석기술의 통합 적용이 요구되기 때문에, 고정밀 해석기법 개발은 상당한 난이도를 요구하는 연구 분야에 해당한다. 터보기계(turbomachinery) 설계 관점에서는 정적 변형(static deflection), 플러터(flutter), 강제 진동 응답(forced vibration and response)과 비동기 진동(Non-synchronous vibration) 현상 등이 중요하게 고려된다⁽¹⁾. 참고로 Bladed Disk는 팬, 압축기, 터빈과 같이 회전하는 디스크에 블레이드들이 원주 방향으로 배열되어 조립된 구조를 의미한다. 그리고 Blisk는 디스크 외경에 블레이드가 일체형으로 가공된 단일 부품을 말하며, 주로 압축기(compressor) 설계에 적용된다. 설계자는 특정 진동 응답 및 동적 응력 수준을 예측하는 것도 중요하게 평가하지만, 플러터 현상 발생 가능성을 우선적으로 평가한다. 블레이드에 발생하는 불안정한 플러터 진동 현상은 비정상적으로 큰 외부력에 의해 직접 유발되는 것이 아니라, 블레이드가 주변 유동으로부터 지속적으로 에너지를 흡수함으로써 발생하는 복합적인 현상이다.

플러터 현상의 유동장 의존성은 지난 수십 년간 관찰되고 보고된 다섯 가지 유형의 팬/압축기 플러터 현상을 통해 확

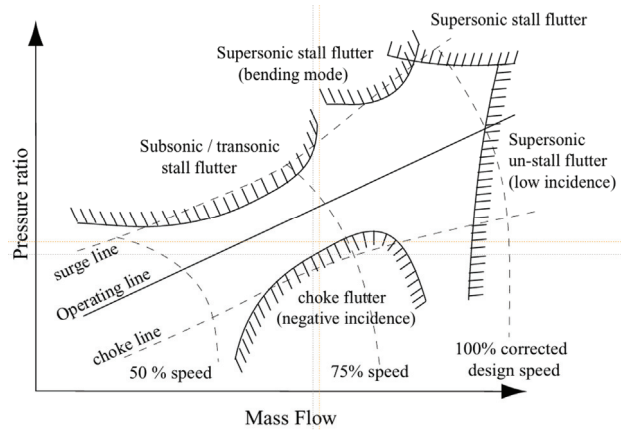


Fig. 2 A typical axial-flow compressor map showing the various flutter boundaries

인할 수 있다. 이 다섯 가지 유형은 Fig. 2에 제시한 전형적인 압축기 성능 맵(performance map)으로 표현할 수 있다. 다양한 플러터 유형은 엔진 운용조건에 따라 고유한 공기역학적 유동 특성에 의해 구별된다.

엔진 블레이드의 정확한 플러터 해석을 위해서는 유동 및 구조진동 해석에 고정밀 수치해석 기법을 도입하는 것이 필요하며, 이와 관련하여 선정된 주요 연구 사례는 다음과 같다.

NASA의 Bakhle 등(2010)은 forward-swept 팬 블레이드에 대해 비정상 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics, CFD) 기반 플러터 해석을 수행하고, 시간영역 Time-Marching 해석과 주파수 영역 Harmonic Balance 해석 결과를 비교하였다. 두 해석 방법 모두 실험 결과와 잘 일치함을 보였으며, 이를 통해 CFD 기법을 이용한 플러터 안정성 예측의 신뢰성을 입증하였다⁽²⁾. Vasanthakumar(2011)는 고부하 초음속 팬 블레이드를 대상으로, 선형화된 Navier-Stokes 해석기법을 활용하여 플러터 안정성을 분석하고, 디스크의 영향 유무에 따른 블레이드 변형 모드 차이가 플러터 발생에 미치는 영향을 평가하였다. 이를 통해, 모드 형상(mode shape) 및 충격파(shock wave) 위치가 플러터 안정성에 특성을 파악하였다⁽³⁾. May 등(2011)은 초음속 압축기 로터를 대상으로, 자체 개발한 time-linearized, time-spectral, time-accurate CFD 해석 기법들을 비교하였으며, 터보기계 블레이드 플러터 현상을 분석하였다. 또한 선형화 및 시간 스펙트럼 기법이 계산 효율성과 정확성을 동시에 유지할 수 있음을 보였다⁽⁴⁾. Vahdati 등(2020)은 다단 압축기에서 발생하는 플러터, 강제 응답, 회전 스톨 및 서지(surge) 등 공탄성 불안정성에 대한 시간영역(time-domain) 기반 CFD 해석기법들의 적용성과 주요 물리 현상을 정리하였다. 특히, 회전 스톨, 서지 중 블레이드 플러터 발생 메커니즘, 비대칭 유동에 의한 강제 응답, 그리고 블레이드 간 음향 반사(acoustic reflection)에 의한 플러터 불안정성 등을 상세히 분석하여, 다단 압축기의 신뢰성 높은 공탄성 해석 방법론 구축의 필요성을 강조하였다⁽⁵⁾.

본 연구에서는 국내에서 개발 중인 항공기 터보팬 엔진의 팬 블레이드 모델에 대한 플러터 해석 평가를 위해, 압축성 충격파와 점성 효과를 모두 포함하는 Navier-Stokes 방정식과 적절한 난류 모델을 활용한 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics, CFD) 기법을 적용하였다. 또한, Blisk 타입 엔진 팬 구조의 진동해석은 3차원 유한요소법(finite element method, FEM)을 활용하였다.

2. 이론적 배경

2.1 터보기계 블레이드의 진동 및 플러터 특성

디스크에 장착된 블레이드들이 동일한 주파수, 모드 형상, 진폭으로 진동하면서, 최대 진폭에 도달하는 시간에 위상차(phase lag)가 존재한다고 가정할 때, 블레이드들은 이동파 모드(Travelling Wave Mode, TWM)로 진동한다고 말한다.

인접한 두 블레이드 간 진동 운동의 위상차(σ)는 블레이드 간 위상각(Interblade Phase Angle, IBPA)이라고 하며, 이는 블레이드 수(N_{blade})와 nodal diameter(ND) 번호에 따라 달라지며 아래와 같이 정의한다.

Forward Traveling Wave (FWT) Mode:

$$\sigma = + \frac{360^\circ \cdot ND}{N_{blade}} \quad (ND=0, 1, 2, \dots, N_{blade}/2) \quad (1)$$

Backward Traveling Wave (BTW) Mode:

$$\sigma = - \frac{360^\circ \cdot ND}{N_{blade}} \quad (ND=1, 2, \dots, N_{blade}/2) \quad (2)$$

단, 위 식 (1)~(2)에서 블레이드 개수가 홀수인 경우의 최대 ND 범위는 $(N_{blade} - 1)/2$ 로 변경된다. 통상적으로 플러터 해석은 모든 IBPA에 대해 수행되며, 플러터 안정성은 가장 낮은 공력 감쇠 계수가 양의 값을 가지는지를 검증하여야 한다. 그러나 터보기계 블레이드의 경우는 대부분 FWT 모드에서 플러터가 발생하는 경향이 있기 때문에, 해석 검토 대상이 광범위한 경우 FWT 모드만 우선적으로 BWT 모드만 수행하고, BWT 모드는 다양한 모드에 대한 해석이 끝난 후 가장 위험한 모드에 대해서만 추후 검토하는 방안을 취하기도 한다.

Nodal diameter는 디스크 진동 중 변위가 0이 되는 선을 의미한다. 이 선들은 디스크 중심을 통과하여 디스크를 가로지르며, 각 Nodal diameter에 대해 블레이드 회전 방향과 동일한 순방향(forward)과 반대 방향인 역방향(backward)의 이동파(traveling wave) 모드가 존재할 수 있다. Nodal

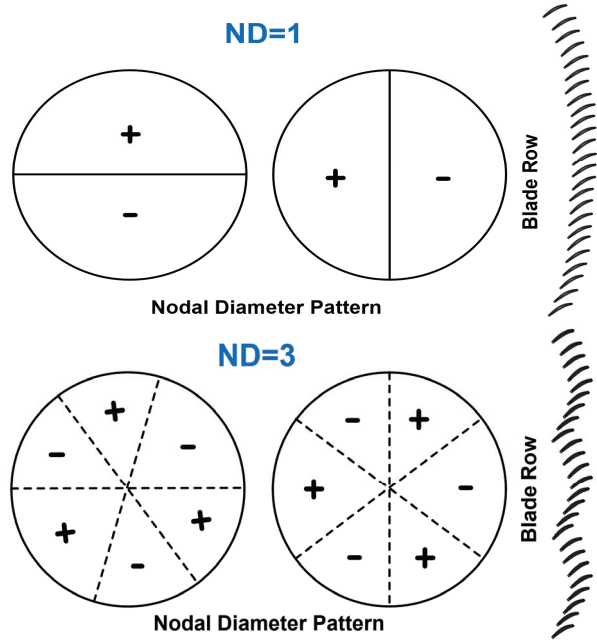


Fig. 3 Nodal diameter pattern and instantaneous blade row position

diameter 패턴과 그로 인해 블레이드 열(blade row)에서 형성되는 순간적인 파동 모드(instantaneous wave mode)의 예를 Fig. 3에 제시하였다.

일반적으로 터보기계의 작동 환경에서는 낮은 수준의 임의 가진(random excitation)은 항상 존재하게 되며, 이러한 가진은 블레이드에 다양한 형태의 초기 진동을 유발할 수 있다. 이때 블레이드의 공기역학적 감쇠가 음수인 경우, 블레이드는 진동하면서 공기 흐름으로부터 에너지를 흡수하게 되는 상황이 발생하게 된다. 공기 흐름에서 흡수한 에너지가 구조적 감쇠에 의해 소산되는 에너지보다 크면, 블레이드의 진동 진폭은 시간이 지남에 따라 증가하다가 에너지 균형이 이루어질 때까지 계속 증가하게 된다. 따라서 플러터의 시작을 예측하는 것은, 음의 공기역학적 감쇠로 인해 흡수된 에너지가 구조적 감쇠로 인해 소산된 에너지와 평형 진동 응력 수준에서 같아지는 공탄성 조건을 예측하는 것을 의미한다.

항공 분야에서 플러터 현상이 유발되는 메커니즘을 검토하는 과정에서 무차원 값인 mass ratio(μ)가 감소할수록 항공기 날개에서 플러터 발생 빈도가 증가하는 경향이 있음이 파악되었다. 여기서 질량비는 날개 구조 질량을 주변 공기의 질량으로 나눈 비율을 의미한다.

진동하는 블레이드 주위의 유동 흐름을 고려할 때, 유체 입자가 블레이드를 가로지르는 데 걸리는 시간(t)과 블레이드가 하나의 진동 주기를 완료하는 데 걸리는 시간(T)의 비율은 무차원 파라미터인 reduced frequency(k)로 표현될 수 있으며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \frac{t}{T} = \frac{c_r/u_f}{1/(2\pi f_s)} = \frac{2\pi f_s c_r}{u_f} = \frac{\omega_s c_r}{u_f} \quad (3)$$

여기서, f_s 및 ω_s 는 탄성체 구조의 진동수(Hz 및 rad/s), c_r 는 참조 코드 길이, u_f 는 평균 유동속도를 의미한다.

Reduced frequency는 유동의 비정상성(unsteadiness)을 나타내는 지표를 제공한다. Reduced frequency가 낮다는 것은, 유체 입자가 블레이드를 가로지르는 데 걸리는 시간보다 블레이드 진동 주기가 더 긴 경우를 의미한다. 이 경우는 유체 입자가 블레이드를 통과하는 동안, 블레이드 진동에 의한 유동의 변화 영향이 상대적으로 적다. 따라서 유동이 변화에 적응할 시간이 충분하여서 결과적으로 준정상상태(quasi-steady) 흐름으로 고려될 수 있다. 터보기계 분야에서는 reduced frequency가 약 0.4 이하 또는 0.4~0.7 사이 구간에서 주로 1차 비틀림 모드(first torsion mode)에 해당하는 플러터 현상이 관찰된 바 있지만, 플러터 발생 모드는 시스템의 고유한 동적 특성과 엔진의 운용 조건에 따라 언제든 다른 모드 형태로 발생할 수 있는 사항이다.

대부분의 블레이드-디스크 시스템에서 구조적 감쇠(예: 마찰 감쇠, 재료 감쇠 등)는 크지 않다. 따라서 플러터 안정성 설계기준은 본질적으로 양의 공기역학적 감쇠로 귀결된다. 공기역학적 감쇠는 unsteady aerodynamic work/cycle과 블레이드/디스크/shroud 시스템의 평균 운동 에너지 간의 무차원 비율에 비례한다. 플러터 안정성 기준은 unsteady aerodynamic work/cycle이 양수를 유지해야 함을 요구하는 것이며, 이는 시스템이 진동 에너지를 지속적으로 흡수하지 않는 상태에 해당한다. work/cycle은 하나의 진동 주기 동안 비정상적인 힘(압력×면적)의 동위상(in-phase) 성분과 비정상적인 변위의 곱을 적분하여 계산된다. 이런 이유로 공기역학적 감쇠는 유동장의 비정상 공력하중(unsteady aerodynamic load) 특성, 고유진동수 및 고유모드형상(natural mode shape) 등과 밀접한 관련성을 가지고 있다.

2.2 플러터 예측을 위한 수치해석 기법 및 특성

과거 수십 년 동안 터보기계의 플러터 현상을 예측하기 위한 다양한 수치해석 기법과 관련된 방대한 연구들이 수행되었다. 비행체 구조에 대한 전형적인 플러터 해석은 크게 시간영역 및 주파수영역 기법으로 나뉘며, 각 방법 내에서도 세부적으로 다양한 기법이 존재한다. 항공기용 엔진 블레이드의 경우, 일반적으로 다수의 블레이드, 압축성 흐름, 그리고 고속 회전에 기인한 비선형 내부 유동 특성을 가진다. 따라서 고속 항공기 날개에 대한 비선형 천음속 플러터 해석의 경우처럼, 정확한 해석을 위해 비정상 CFD 유동 해석 기법을 도입하는 것이 추세이다.

근래에는 막강한 컴퓨팅 파워와 수치해석 기법의 발달

로 고정밀도 CAE(Computer Applied Engineering) 시뮬레이션 기술의 확보 및 활용 능력이 곧 고부가가치 제품의 경쟁력 확보와 직결될 정도로 그 중요성이 날이 증가되고 있다. CFD를 활용한 항공기 엔진 블레이드에 대한 플러터 해석 기법은 크게 두 가지 범주로 분류된다.

첫 번째 방법으로는 시간영역에서 CFD와 CSD(Computational Structural Dynamics) 기법을 양방향으로 연성(2-way coupled)하여 해석하는 개념으로, 가장 높은 정확도를 갖는 수치해석 기법이 있다⁽⁵⁾. 이는 시간영역에서 비선형 공탄성 지배미분방정식에 대한 시간 적분 과정에 필요한 외부 공력 하중을 계산할 때, 실시간으로 변하는 구조변형 효과가 반영된 동적 이동 격자(dynamic moving grid) 기반의 비정상 CFD 유동해석 기법을 도입하여 연동 계산하는 방식이다. 이 기법이 가장 정확한 이유는 연성 해석 과정에서 각 시간스텝 과정마다 공력탄성학적 feedback mechanism이 반영되어 유동 및 구조 영역 사이에서 실제 현상과 같이 시간에 따른 상호 에너지 교환이 직접적으로 고려되기 때문이다^(6,7,8). 따라서 이 기법을 잘 활용하면, 다양한 고위험 조건에 대한 동적 플러터 안정성 검증뿐만 아니라, 거의 모든 종류의 공력탄성학적 현상(divergence, cold-hot shape validation, buffeting, stall-induced vibration, flow-induced vibration 등)에 대한 수치 시뮬레이션 및 평가가 가능하다. 시간영역 연성해석 기법의 가장 큰 장점으로는 해석 기능의 확장성과 해석 결과의 직관성 및 다양성에 있다. 반면, 과거부터 최근까지도 시간영역 양방향 연성해석 기법에 대해 주로 언급되는 단점 중 하나는 수치해석에 소요되는 시간이다. 따라서 이 기법은 다양한 유용성에도 불구하고, 설계 초기 단계에서 다양한 조건에 대한 빠른 평가를 수행하기에는 실용성이 떨어질 수 있다. 최근에는 병렬처리 연산이 가능한 CPU 및 GPU의 성능이 급속히 발전하고 있으며, 양자컴퓨팅의 상용화 가능성까지 언급되고 있다. 따라서 미래에 수치해석 시간문제의 비중은 큰 폭으로 감소하게 될 것이라는 점은 명백하다. 사실 현재 시점에서도 병렬처리 서버의 성능은 매우 우수하므로, 대기업이나 기관의 경우 수치해석 시간문제는 시설투자로 단기에 해결될 수 있는 사항에 해당한다.

항공기 엔진 블레이드의 공탄성 해석 관점에서 또 다른 중요한 고려 요소로는 설계된 블레이드의 hot shape(운전 상태 형상)과 cold shape(비 운전상태 형상)에 대한 역검증 해석이나 cold shape의 공탄성 최적 설계가 있다. 참고로, 이 해석은 단순한 절차가 아니며, 전형적인 역검증 오류 사례로는 cold shape에 대해 CFD 해석으로 구한 압력 분포를 회전 관성 하중(필요시 열하중 및 중력하중 포함)과 중첩하여 구조변형 해석한 결과와 비교하는 경우이다. Cold shape을 설계한 엔지니어가 이런 방식의 역검증이 유효하다고 생각한다면, cold shape 설계에 오류가 있을 가능성이 크다. 왜냐하면 공력탄성학 이론을 정확하게 이해하고 있는 엔지니어라면 이런 단순한 방식은 내재적 오류가 있음을 이미

인지하고 있기 때문이다.

엔진 정지상태 cold shape로부터 특정 운전조건에서 블레이드의 최종 변형 형상은 블레이드 각 지점에서 공력탄성학적 에너지 평형상태를 구하는 것이다. 따라서 이는 feedback mechanism이 반영된 양방향 공탄성 해석을 최소 수 차례 반복 수행하여야 수렴된 형상을 도출할 수 있는 것이다. 참고로, 크기가 작거나 강성이 충분한 블레이드의 경우는 단순 역설계로 구한 cold shape이 hot shape을 만족하는 것처럼 보일 가능성도 있다. 하지만 블레이드 크기가 크거나 경량화 설계일수록, 그 차이는 더욱 명확하게 나타나게 되어 있다. Cold shape은 초기 제작 및 조립 형상이기 때문에 항상 일정한 형상으로 가정할 수 있지만, hot shape은 엔진 운용조건에 따라 매번 달라지는 평형상태의 형상을 나타내게 된다.

터보기계의 여러 종류 중에서도 경량화 설계가 가장 중요한 부류에 해당하는 것이 항공기용 엔진이다. 블레이드 설계는 다양한 성능 요구도를 만족하는 최적 공력 형상을 도출한 후, 엔진 운용환경 내에서 구조 강도, 진동, 수명, 플러터 안정성 등을 모두 충족하는 hot shape이 반복적인 설계-해석 과정을 통해 먼저 결정되도록 되어 있다. 이후에는 목표 운용조건(또는 운용범위)에 대해 양방향 공탄성 해석 기법과 최적화 이론에 기반하여 cold shape을 구하는 방법이 이론적으로 타당하다. 따라서 cold shape을 결정하는 최적설계 프로그램은 통상적으로 hot-to-cold 양방향 공탄성 해석 루프와 cold-to-hot 양방향 공탄성 해석 루프, 그리고 최적설계 루프로 구성된 복합적 반복 계산 구조를 가진다. 마지막 단계는 구해진 cold shape과 운영조건을 입력 데이터로 양방향 CFD-CSD 연성 공탄성해석을 수행하여 수렴된 hot shape을 새롭게 구하고 초기 설계 hot shape 형상과 오차를 검증하게 된다. 만약 이 마지막 단계에서 오차가 크게 발생한다면, 새롭게 도출된 hot shape에 대해 고려한 모든 설계 요구도를 만족하는지 재검증하거나 hot shape을 다시 설계하여야 한다. Holder 등(2020)은 Hot-to-cold 형상 변환을 위한 자동화된 반복 수치해석 기법을 개발한 사례를 보고하였다^(9,10).

공력탄성학 관점에서 양방향 시간영역 해석 기법은 다양한 유체유발진동 현상에 기인한 과도 진동이나 동적 응력 증폭 현상 등의 예측에도 유용하게 활용될 수 있다⁽¹¹⁾. 고정 밀도 시뮬레이션을 통한 정확한 해석 및 예측 능력은 엔진의 신뢰성 및 경쟁력 확보에 있어 매우 중요한 역할을 할 수 있다. 이는 가스터빈 엔진 부품의 정확한 수명평가와도 밀접하게 관련되어 있다. 개발 대상 엔진을 장착한 항공기의 순항 및 기동 상황과 같은 환경을 모사한 풍동시험은 현실적으로 수행이 어렵기 때문에, 이러한 관점에서도 가상시험이 가능한 수준의 수치해석 기법을 개발하고 활용하는 것은 그 중요성이 상당히 크다고 할 수 있다.

두 번째 방법으로는 CFD 유동해석 기법을 활용하여 회전 블

레이드의 주요 고유진동 모드에 대한 공력감쇠(aerodynamic damping)를 직접 구하여 플러터 발생 여부를 판정하는 방법이 있다. 이 방법을 적용하기 위해 주파수 영역에서 압력 계산이 필요하므로 주로 Fourier Transformation Method(FTM) 또는 Harmonic Balance Method(HBM)를 적용한다⁽¹²⁾. 또한 IBPA(Inter-Blade Phase Angle) 변화 및 블레이드 진동을 고려한 비정상 유동 해석을 실용적으로 수행하기 위해 phase shifted periodic 경계조건을 활용한다. 이는 최소 두 개의 passage에 해당하는 CFD 격자 모델을 필요로 한다. FTM은 시간영역 비정상 CFD 해석에서 계산된 압력 응답을 후처리 과정에서 Fourier 변환하여 주파수 성분을 분석한다. 반면 HBM 기법은 주기적인 비정상 유동(unsteady periodic flow)을 time-marching 해석 없이 주파수 영역에서 직접 구하는 방법이다. 이론적으로 FTM은 HBM 보다 더 정확한 방법이나 상대적으로 더 많은 해석 시간이 소요되는 경향이 있다. HBM 기법은 선형 근사 기법이기 때문에 강한 유동바리 및 충격파 상호작용이 큰 경우는 그 정확도가 떨어질 가능성이 있다. 또한 주기적 응답만 반영할 수 있기 때문에 buffeting 현상이나 transient flutter onset 등과 같이 비주기적 현상은 예측할 수 없다.

FTM 기반으로 플러터 안정성을 판단하기 위해 주로 활용하는 방법은 work-per-cycle 기법이며, 주요 이론적 사항은 다음과 같다. 우선 특정 운전조건에서 2 passage 격자를 생성한 후 정상상태(steady state) CFD 해석을 수행하여 수렴된 유동장 해를 구한다. 이후 2개의 블레이드를 IBPA 또는 nodal diameter pattern을 반영하여 선정된 고유모드와 고유진동수(ω)로 운동시키면서 동적변형격자(moving deforming grid)기반의 비정상(unsteady) CFD 유동해석을 수행한다. 통상 10주기 정도(또는 그 이상)의 해석을 수행하면 천이 유동장(transient flowfield)을 거쳐 최종 수렴된 주기적 유동장(periodic flowfield) 상태에 도달하게 된다. 주기적 유동장 상태에서는 $p(t) = p(t + T)$ 가 성립해야 한다. 이 과정에서 각 주기 또는 최종 주기에 대해 공력감쇠는 아래와 같은 이론으로 계산을 수행한다.

진동하는 블레이드의 한 주기 동안의 일은 시간영역 적분 식으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$W = \int_0^T \iint_A \left(-p(t) \frac{\partial \delta x(t)}{\partial t} \right) d\vec{A} dt \quad (4)$$

위 식에서 T 는 진동 주기($2\pi/\omega$)이고, S 는 블레이드 표면, $p(t)$ 는 블레이드 표면 임의 지점에서 비정상 압력인데, 여기서는 단순화를 위해 시간의 함수로만 표현했으나 실제로는 블레이드 표면 임의의 위치에 대한 공간 좌표 함수이기도 하다. $\delta x(t)$ 는 시간에 대한 블레이드 변형량 벡터, $d\vec{A}$ 는 블레이드 표면에서 미소 면적벡터를 의미한다.

미소 진폭의 조화진동(harmonic vibration)을 가정하면, 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\delta x(t) = \delta x_0 e^{i\omega t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \delta x(t)}{\partial t} = i\omega \delta x_0 e^{i\omega t} \quad (6)$$

또한 비정상 압력(p(t))과 같이 시간에 따라 변하는 물리량은 Fourier 급수로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p(t) = \bar{p}_0 + \sum_{n=1}^N (\hat{p}_n e^{i \cdot n \cdot \omega t} + \hat{p}_n^* e^{-i \cdot n \cdot \omega t}) \quad (7)$$

여기서, \bar{p}_0 는 0차 성분으로 평균 압력 성분, \hat{p}_n 은 n차 조화 성분으로 주파수 ω 에 해당하는 압력의 진폭이다. 이는 블레이드가 특정 고유모드 주파수로 진동할 때 유동이 반응하여 생성하는 비정상 압력의 주파수 응답이고 복소수이다. 그리고 \hat{p}_n^* 은 n차 조화 성분의 켈레 복소수(complex conjugate)이다. 참고로 HBM 기법은 주파수 영역에서 유동 해석을 직접 수행하기 때문에 p_1, p_2, \dots 등이 직접 구해지게 된다. 몇 차 조화 성분까지 고려할 것인지는 비정상 유동장의 특성을 고려하여 결정해야 하는 사항이다. 대부분의 블레이드 플러터 해석에서는 1차 성분만 포함하여도 충분하지만, 진동 기인 이동 수직 충격파(moving normal shock wave)로 인한 유동 불연속성이나 강한 유동박리 현상 등이 존재하여 유동의 비선형성 강한 경우는 정확한 해를 얻기 위해 최소 3차 조화 성분까지 포함하는 것이 권장되며, 그 이상 성분까지 필요한 경우도 있을 수 있다.

식 (5)~(7)을 식 (4)에 대입하고 정리하면, 1차 조화성분에 대한 한 주기 동안의 일(W)은 다음과 같이 주파수 영역 표면 적분식으로 변환할 수 있다.

$$W = \omega T \Im \left\{ \int_S \hat{p}_1^* \delta \vec{x}_0 d\vec{A} \right\} \quad (8)$$

위 식에서 $\delta \vec{x}_0$ 는 고유모드벡터, \hat{p}_1^* 은 1차 조화 압력 성분의 켈레 복소수로 $\hat{p}_1^* = Real(p_1) - i \cdot Imag(p_1)$ 이고, \Im 는 계산 결과의 허수부(imaginary part)만 취함을 의미한다. 참고로 Fourier 변환 결과 자체가 복소수이고 물리적인 일은 블레이드 압력과 속도의 내적 결과이므로, 복소수 공간에서 두 신호 간 에너지 교환을 정확하게 계산하려면, 한 신호를 켈레복소수 형태로 취하여 적분해야 물리적 의미를 가지는 결과가 도출된다.

한 주기 동안 블레이드 진동에 대한 시간영역에서 속도 기반 평균 운동에너지 및 최대 운동에너지는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$KE = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} m V(t)^2 dt \quad (9)$$

여기서, m 은 블레이드 질량, V 는 진동하는 블레이드의 표면 속도를 의미한다. 이전과 마찬가지로 조화진동을 가정하면 시간에 대한 평균 운동에너지는 아래 식과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$KE = \frac{1}{2} \omega^2 \int_V \rho |\delta \vec{x}_0|^2 dV \quad (10)$$

$$KE_{max} = \frac{1}{2} GM \cdot \omega^2 \quad (11)$$

위 식에서 ρ 는 재질 밀도, V 는 블레이드 체적, GM 은 특정 고유모드에 대한 모달질량(modal mass)을 의미한다.

불안정한 유동의 경우, 공력적 일(aerodynamic work)은 양(positive)이 될 수 있다. 양의 일은 블레이드가 유동으로부터 에너지를 흡수하고 있으며, 블레이드 진동이 시간에 따라 지속적으로 증폭됨을 의미한다. 반면, 안정적인 유동 환경에서는 주변 흐름이 블레이드 운동 또는 진동 에너지를 오히려 흡수하게 되어 일이 음수(negative)가 된다. 공력감쇠(aerodynamic damping)는 음의 공력적 일을 정규화(normalized)한 형태로 표현할 수 있다. 따라서 유동이 블레이드 진동을 감쇠시킬 경우, 공력감쇠는 양(positive)이 된다. 공력감쇠를 로그 감쇠율(logarithmic decrement) 개념과 연관시키면, 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽³⁾.

$$\Xi = \frac{-W}{2 \cdot KE} \quad (12)$$

3. 엔진 팬 유한요소 진동해석

3.1 항공기 터보팬 엔진 팬 설계 형상

Fig. 4는 항공기 터보팬 엔진용 2단 팬 3차원 CAD 형상을 나타내고 있으며, 1단 팬 블레이드(FAN R1)는 16개, 2단 팬 블레이드(FAN R2)는 28개로 구성되어 있다. 그림에 나타내지는 않았으나, 1단 stator는 26개, 2단 stator는 58개로 구성된다.

엔진 팬의 구조 재질은 타이타늄 합금(Ti-6Al-4V)을 고려하였으며, 탄성계수는 113.8 GPa, 프아송비는 0.3399, 밀도는 4,429 kg/m³ 이고, 극한강도는 930 MPa, 항복강도는 840 MPa 수준이다. 참고로 정확한 재질, 크기 및 중량 등은 보안 관련 내용으로 제시하지 않았으며, 본 논문에 제시된 형상은 1차 설계 단계의 초기 형상으로, 성능, 내구성 및 동적 안정성 등의 개선을 위한 보완 연구가 지속적으로 수행 중이다.

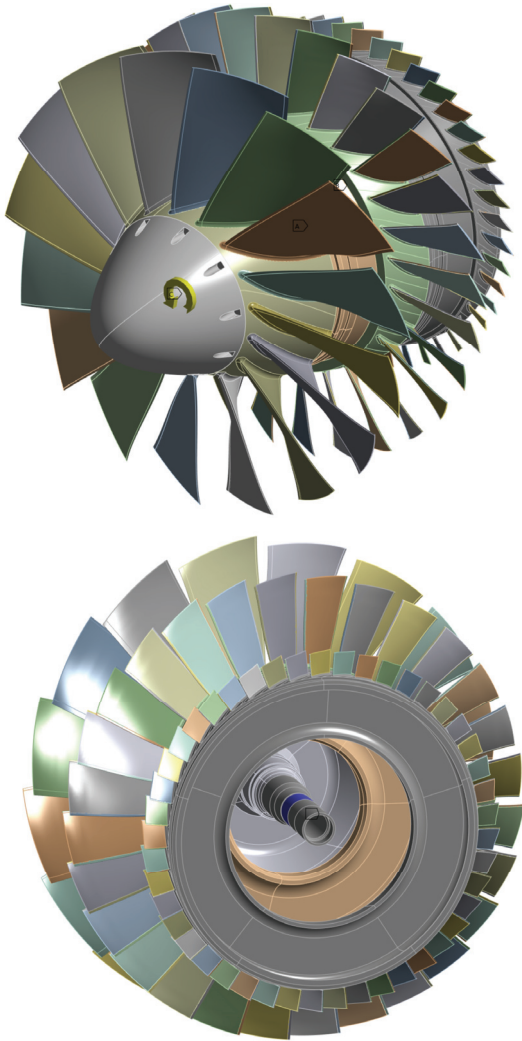


Fig. 4 Initial design of a fan assembly for an aircraft turbofan engine

3.2 엔진 팬 블레이드 진동해석

본 절에서는 설계된 엔진 팬 블레이드에 대한 유한요소 (finite element, FE) 구조 모델링과 주요 고유진동 특성을 검토하였다. 3차원 유한요소 진동해석 및 특성 분석은 ANSYS(Ver. 2024R2) 프로그램을 활용하여 수행하였으며, 요소의 종류 및 크기에 따른 수렴성 평가도 함께 실시하였다.

Fig. 5는 Fig. 3에 제시된 2단 엔진 팬 형상 중 1단 블레이드(FAN R1)와 허브 접촉면을 분리한 형상에 대해 수행한 고유진동해석 결과(고유모드 벡터의 크기)를 나타낸 것이다. 지면 관계상 유한요소 격자 형상은 생략하였으나, 충분한 수렴성을 확보하기 위해 평균 크기 1 mm의 quadratic tetrahedron 유한요소를 생성하였으며, 총 약 147만 개의 절점(node)으로 구성되어 있다. 구조 진동해석 시 허브 접촉면에는 고정(fixed) 경계조건을 적용하였고, 100% 설계 회전속도를 부가하여 회전 관성력에 따른 강성 변화 효과를

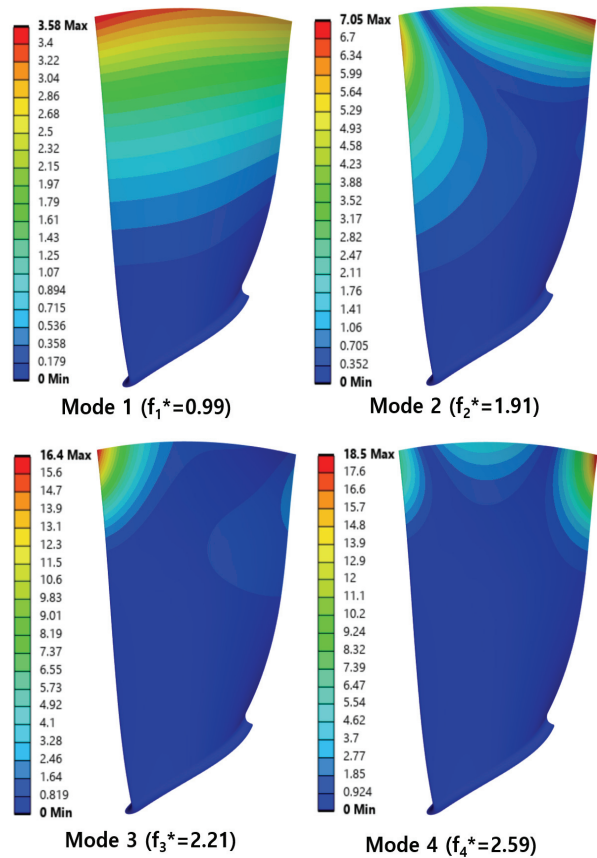


Fig. 5 First four natural frequencies and mode shapes for FAN R1 considering rotational inertia effect

해석에 반영하였다. FAN R1의 경우, 1차 고유모드는 순수 굽힘(bending)이 지배적이며, 2차는 혼합 비틀림(torsional) 모드, 3차는 블레이드 끝단의 앞전(leading edge) 국부 변형 모드, 4차는 블레이드 끝단의 코드 방향 굽힘 모드가 각각 우세한 특성을 보였다. 그림에 제시된 고유진동수는 보안상의 이유로 동일한 기준 주파수를 기준으로 무차원화하여 표현하였으며, 이후 제시되는 모든 그림의 고유진동수 역시 동일한 조건을 따른다.

Fig. 6은 2단 블레이드(FAN R2)와 허브 접촉면을 분리한 형상에 대해 수행한 고유진동해석 결과를 보여준다. 지면 관계상 유한요소 격자 형상은 생략하였으나, 충분한 수렴성을 확보하기 위해 평균 크기 1 mm의 quadratic tetrahedron 유한요소를 생성하였으며, 약 140만 개의 절점(node)으로 구성되어 있다. 앞서와 마찬가지로, 진동해석의 경계조건으로는 허브 접촉면에 고정(fixed) 조건을 적용하고, 100% 설계 회전속도를 부가하여 회전 관성력에 따른 강성 변화 효과를 고려하였다. FAN R2의 경우, 전형적인 외팔 평판 모델(cantilevered flat plate)과 유사한 양상을 보였으며, 1차 고유모드는 순수 굽힘 모드, 2차는 순수 비틀림 모드, 3차는 2차 굽힘 모드, 4차는 2차 비틀림 모드가 각각 지배적인 특성을 나타내었다.

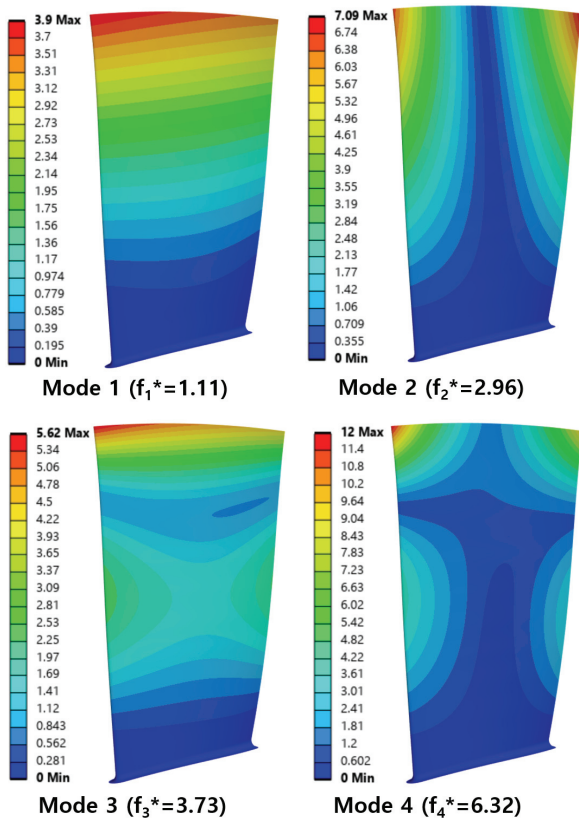


Fig. 6 First four natural frequencies and mode shapes for FAN R2 considering rotational inertia effect

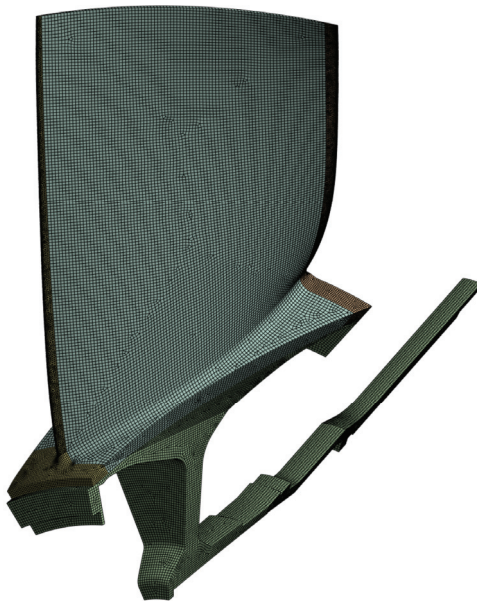


Fig. 7 Finite element (FE) mesh for FAN R1 passage model

Fig. 7은 Fig. 3에 제시된 2단 엔진 팬 형상 중, FAN R1과 허브 및 지지구조를 포함하는 단일 블레이드 패시지(blade passage)에 대한 유한요소 격자를 나타낸 것이다. 유한요소

모델은 약 1~2 mm 크기의 quadratic hexahedron 및 quadratic tetrahedron 요소로 생성하였고, 모든 요소 개수는 242,070개, 절점 수는 896,515개로 총 2,603,613 자유도 (degree-of-freedom)를 가진다. FAN R1의 형상 특성상, 블레이드의 앞전(leading edge) 및 뒷전(trailing edge) 영역은 매우 얇은 두께를 가지며, 뿌리 부분은 곡률이 심하여 전체 구조 영역을 고품질의 hexahedron 요소만으로 구성하는데에는 한계가 있었다. 이에 따라 격자 생성 영역을 분리하고, hexahedron-tetrahedron 하이브리드 요소 기반의 격자를 생성하였다. 또한 격자 유형이 진동해석 결과에 미치는 영향을 평가하기 위해, 모든 영역을 linear 및 quadratic tetrahedron 요소만으로 구성된 별도의 유한요소 모델을 생성하여 각각 진동해석을 수행하고 검토하였다.

한 개의 passage에 해당하는 구조모델에 대해 linear tetrahedron 요소로 생성한 경우 총 절점 수는 603,635개이며, quadratic tetrahedron 요소로 생성한 경우 총 절점 수는 4,330,561개이다. 100% 조건의 설계 회전속도를 부가하여 회전 관성력에 기인한 강성 변화 효과를 고려하였고, 이 해석 단계에서 구조 경계조건은 허브 절단면 좌우 측면에 고정(fixed) 조건을 부가하였다. 이는 다중 블레이드의 위상차 효과는 추후 고려하고 블레이드 진동 특성에 미치는 허브 구조 효과를 우선하여 파악하기 위함이다.

본 논문에서는 인접 블레이드와 주기적인 위상차 진동 효과를 고려한 해석을 위해 cyclic symmetry 조건을 부가한 근사적 진동해석을 수행하지 않고 모든 진동 특성을 가장 정확하게 반영할 수 있고 향후 불균형 및 mistuning 효과까지 고려할 수 있는 full annular 유한요소 모델을 생성한 해석을 수행하였고 관련 결과를 이후 제시하였다. 참고로 mistuning은 터보기계 블레이드 각각의 미세한 제작 오차(질량, 강성, 형상 등)로 인해 발생하는 고유진동수의 미세 차이를 의미한다. 이에 따라 시스템 전체의 진동 응답이 크게 변할 수 있어, 플러터 및 피로 파손 등 신뢰성 문제에서 중요한 개념이다. 터보기계 블레이드는 완벽한 주기성(periodicity)을 전제로 설계되지만, 실제 운전 중에는 제작 오차, 재질 편차, 마모 등으로 인해 블레이드마다 고유진동수나 동적 특성이 약간씩 다르게 될 수 있다. 일반적으로 mistuning은 시스템 응답을 악화시켜 (예: 특정 블레이드에 국부적인 응력 집중) 파손 위험을 높이는 경향으로 작용하게 된다. 반면 인공적인 mistuning을 잘 부여하면 블레이드 고유진동수가 미세하게 다르게 되어, 외부 에너지가 특정한 모드에 집중되지 않고 분산될 수 있다. 또한 진동 모드가 일부 블레이드에 국부화(localization) 되어 전체 시스템으로 퍼지지 않게 할 수 있다. 따라서 의도된 mistuning 설계 기술을 보유하고 있으면, 오히려 전체 시스템의 불안정성(플러터 발생 가능성)을 감소시키는데 활용할 수도 있다. 이러한 mistuning의 의도적 반영은 에너지 교환 패턴을 불규칙

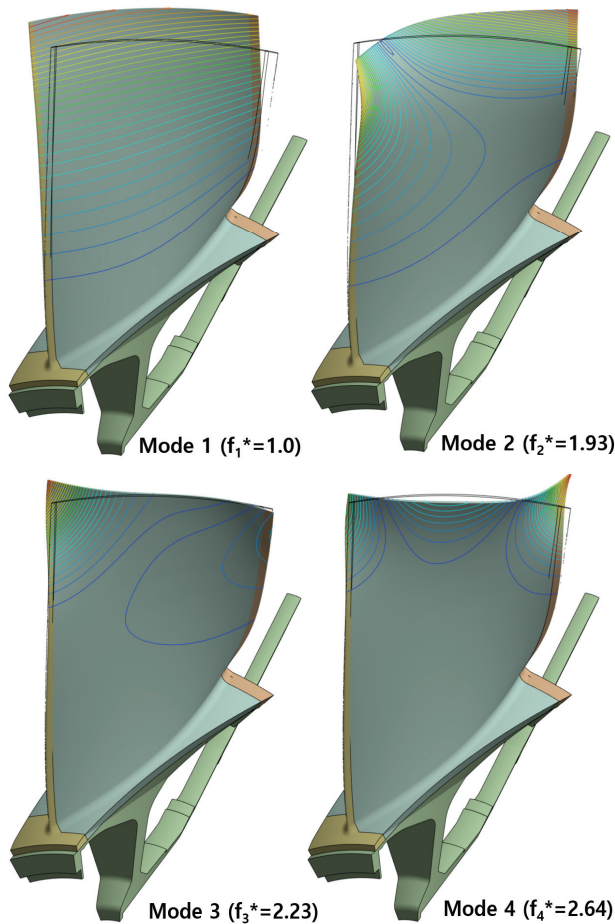


Fig. 8 First four natural frequencies and mode shapes for FAN R1 (blade passage FE model)

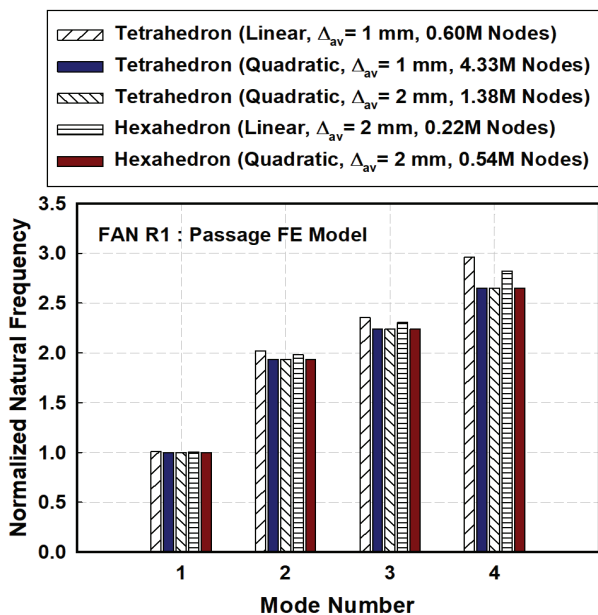


Fig. 9 Comparison of natural frequencies for different mesh types and sizes (FAN R1 passage model)

해지게 만들거나, 블레이드 간 동기화(synchronization)를 깨트리 불안정한 플러터 모드가 성장하지 못하게 할 수도 있다.

Fig. 8은 FAN R1 passage 모델에 대한 고유모드 및 진동수를 보여주고 있다. Fig. 5와 비교해 보면 팬 블레이드 뿌리 부분의 허브 구조를 포함한 경우도 고유모드 형상은 거의 동일한 것을 확인할 수 있으며, 고유진동수는 약간 증가한 경향을 나타내고 있다. Fig. 9는 hexahedron 및 tetrahedron 요소의 크기에 따른 고유진동수(1차~4차)를 비교한 결과로 quadratic tetrahedron 요소의 경우는 평균 요소 크기(Δ_{av}) 1 mm 및 2 mm의 경우 상호 수렴된 결과를 나타내고 있으며, 2 mm 요소 크기의 hexahedron mesh의 경우 quadratic tetrahedron 요소와 동일한 고유진동수로 수렴된 결과를 보였다. 이 해석을 수행한 주요 목적은 수렴성을 보장할 수 있는 요소 종류별 최소 크기 파악과 추후 수행할 full annular 모델에 대해 수렴성을 보장할 수 있는 격자 크기를 추정하기 위함이었다.

이러한 중간 해석 단계에서 유의하여 신중하게 검토할 사항은 quadratic tetrahedron 및 hexahedron 요소의 평균 크기에 따라 유한요소 모델링에 소요되는 총 절점 개수(총 자유도와 비례)이다. Hexahedron 요소와 tetrahedron 요소의 절점당 자유도 수는 동일하기 때문에 full annular 유한요소 모델링에서는 tetrahedron 요소 사용을 최소화 할 필요성이 있음을 파악할 수 있다. 이 사항이 중요한 이유는 full annular fan 모델의 경우 블레이드 개수가 많아서 모든 영역을 tetrahedron 요소로 생성하는 경우 서버가 처리할 수 있는 용량 한계를 넘어서서 그 상태로는 진동해석을 수행할 수 없거나, 해석 시간이 모델의 실용성을 상실할 정도로 증가할 수 있기 때문이다.

Fig. 10은 Fig. 4의 엔진 팬 형상에서 FAN R2와 허브 및 지지구조를 포함하는 1개의 blade passage 형상에 대한 유한요소 격자를 나타내고 있다. Fig. 11은 FAN R2 passage 모델에 대한 고유모드 및 진동수를 보여주고 있다. Fig. 5와 비교해 보면 팬 블레이드 뿌리 부분의 허브 구조 부품을 고려하여도 고유모드 형상은 거의 동일하다. 고유진동수는 1차 및 2차 모드는 약간 증가한 경향을 나타내나 3차 및 4차 모드는 약간 감소한 특성을 나타내었다. Fig. 12는 FAN R2 passage 형상에 대해 hexahedron 및 tetrahedron 요소의 크기에 따른 고유진동수(1차~4차)를 비교한 결과로 FAN R1과 유사하게 quadratic tetrahedron 요소의 경우는 평균 요소 크기(Δ_{av}) 1 mm 및 2 mm의 경우 수렴된 결과를 나타내고 있다. 여기서 평균 2 mm 요소 크기의 hexahedron mesh의 경우 quadratic tetrahedron 요소와 동일한 고유진동수로 수렴된 결과를 나타낸다. FAN R2의 경우는 FAN R1에 비해 블레이드 및 허브 영역의 크기가 상대적으로 작아서 수렴성을 보장하는데 필요한 유한요소 모델의 총 절점 수가 전반적으로 감소하였다.

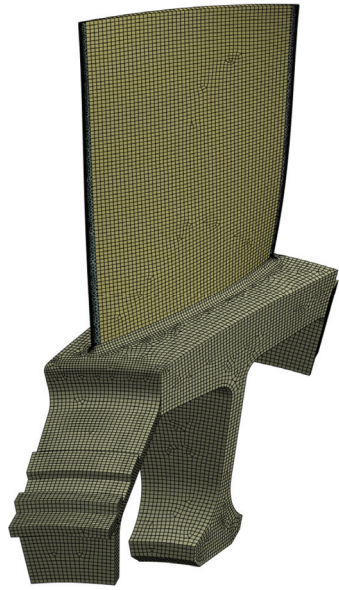


Fig. 10 Finite element (FE) mesh for FAN R2 passage model

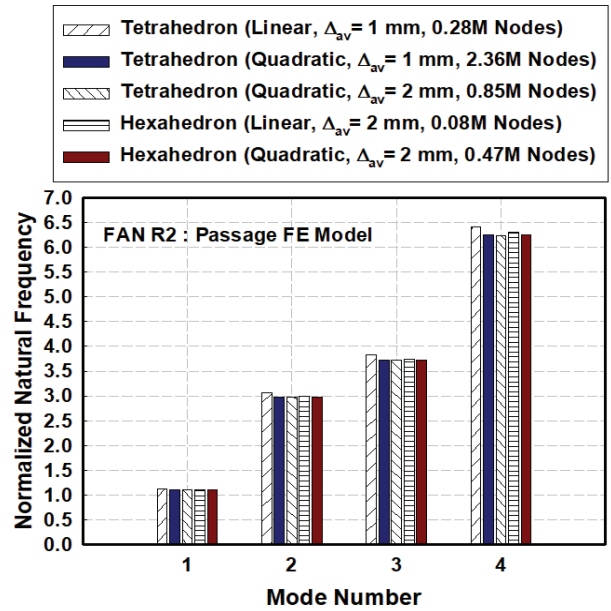


Fig. 12 Comparison of natural frequencies for different mesh types and sizes (FAN R2 passage model)

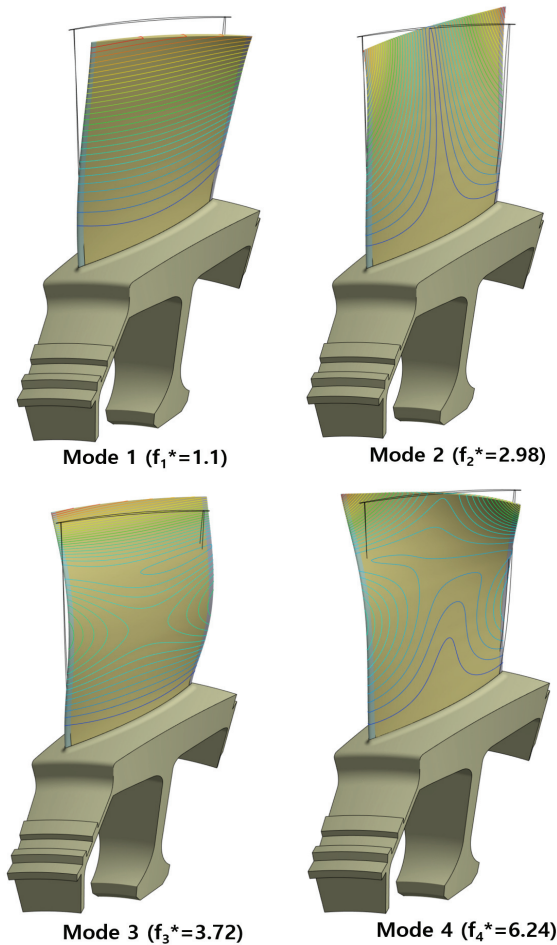


Fig. 11 First four natural frequencies and mode shapes for FAN R2 (blade passage FE model)

3.3 Full Annular FAN Assembly 진동해석

엔진 팬 전체 형상에 대한 유한요소 진동해석을 수행하기 위해, Fig. 13와 같이 3차원 유한요소 모델을 생성하였다. 이 모델의 총 절점 수는 14,153,637개, 총 요소 수는 9,165,959 개이고, 경계조건을 제외한 자유도 수는 41,378,290이다. 이 논문에서 고려한 엔진 팬 모델은 하나의 축이 1단 블레이드 허브-디스크에 연결되어 있으며, 2단 블레이드 허브는 1단 허브로 체결 조립되는 형태이고, 3단 블레이드 부분은 다시 2단 허브로 체결되는 형태이기 때문에 정확한 진동해석을 위해서는 부득이 전체 모델링이 수행되어야 하는 특성이 있었다. 이러한 이유로 각 단별 passage 모델에 cyclic symmetric 경계조건을 반영한 시간 효율적인 근사 유한요소 모델링에 많은 노하우가 요구되며, 이 경우는 예측하지 못하고 넘어가는 진동모드가 존재할 수도 있다. 또한 cyclic symmetric 경계조건을 적용하였으면 모델의 역검증도 필요한데, 기준이 되는 full annular 모델의 해석 결과가 필수적으로 필요하다. 또 다른 향후 필요성으로, cyclic symmetry 경계조건으로는 해석 불가능한 불균형 및 misuning 효과를 고려한 진동 및 플러터 해석을 위해서도 full annular 유한요소 모델의 활용이 필요하다. 그리고 플러터 불안정 현상은 유동 특성뿐만 아니라 고유진동수와 모드 형상과도 밀접하게 관련되어 있기 때문에, 가능한 한 정확한 진동해석을 수행하여 반영하는 것이 최선의 방안이다.

정량적인 설계 중량은 보안 데이터로 제시할 수 없지만, 설계 질량과 유한요소 모델 질량에 대한 상호 검증은 내부적으로 수행하였다. 현재 해석에서 구조 경계조건은 Fig. 3

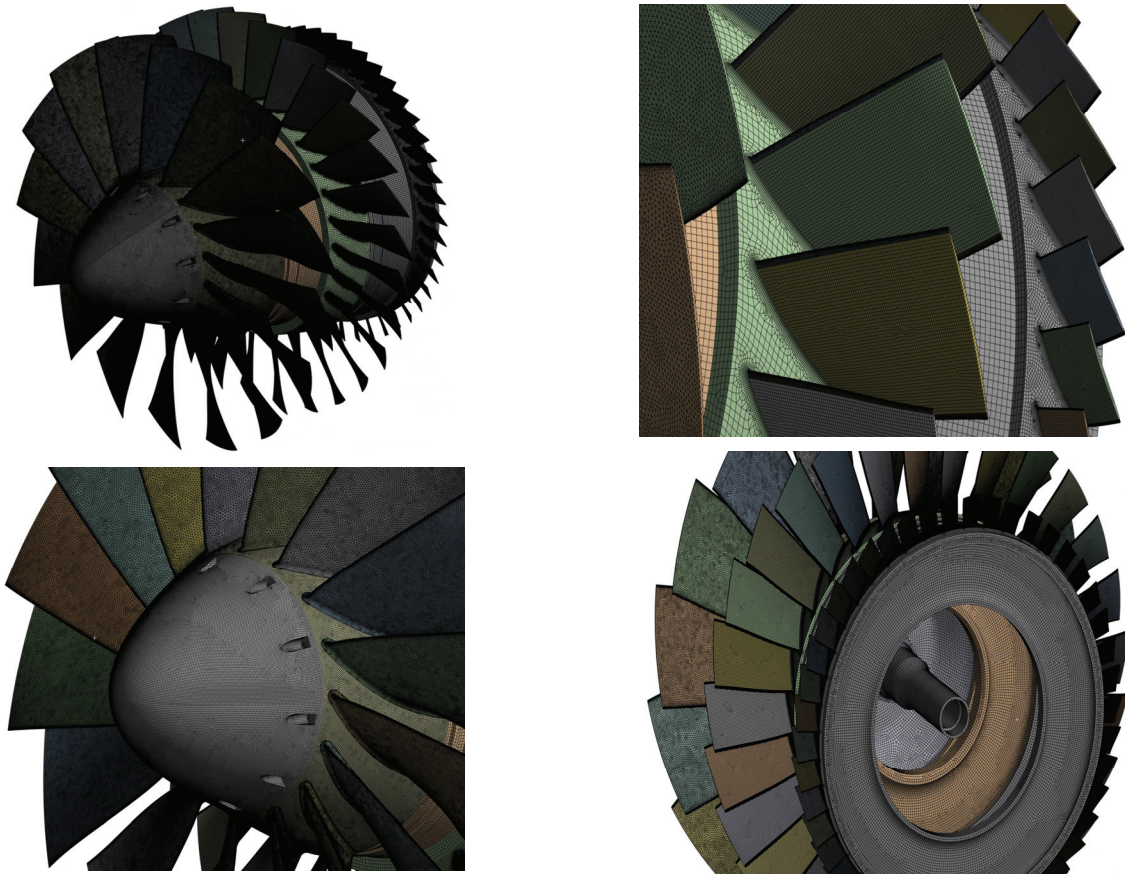


Fig. 13 Finite element (FE) mesh of full annular model (full configuration engine fan assembly)

아래 그림에서 허브 중앙 회전축의 파란색 부분(베어링 지지부) 및 노란색(회전축 중간 절단면) 부분에 고정(fixed) 조건을 반영하였다. 추후 상세설계가 완료되게 되면 구조 경계조건에 베어링 및 연장된 회전축 탄성 효과까지 고려한 모델로 개선할 수 있다. 이전과 마찬가지로 100% 설계 회전 속도를 반영한 정적 구조해석을 수행하고 강성행렬 변화를 반영한 후 연속된 고유진동해석을 수행하여 고속 회전 관성 효과가 진동해석에 포함될 수 있도록 하였다.

Full annular 유한요소 모델에 대한 고유진동해석은 고유모드 200차까지 수행하였으며, AMD EPYC 7763 64-Core Processor 2개(총 128 코어) 및 1 TB RAM이 장착된 서버에서 90 core 병렬 처리를 수행하였을 때, 약 2시간이 소요되었다(고속 회전 시 강성행렬 변화 반영을 위한 사전 구조해석 시간 포함).

Fig. 14는 full annular FE 모델에 대해 200차수까지의 고유진동수 변화를 나타낸 것이다. 단일 passage FE 모델과는 달리, 실제 시스템에서는 블레이드가 지배적인 모드 뿐만 아니라, 블레이드-허브-디스크가 복합적으로 작용하는 모드나 허브-디스크가 지배적인 모드에서도 고유진동수가 나타나며, 이러한 특성은 Fig. 14를 통해 확인할 수 있다. 그림에서 고유진동수가 수평으로 나타나는 구간에서의 고유진동수 개수는 각 단의 블레이드 개수와 유사한 수준

을 보인다. 이는 거의 동일한 고유진동수에서 각 블레이드가 이동과 형태로 진동하는 현상에 기인하며, nodal diameter 특성값과도 밀접한 관련이 있다. 본 연구에서 고려한 엔진 팬 블레이드는 일체형 구조에 해당하지만, 전형적인 터빈 모델에서처럼 블레이드가 단순한 형상의 디스크(disk)에 조립·체결되는 형상과는 다소 다른 구조적 개념에 해당한다.

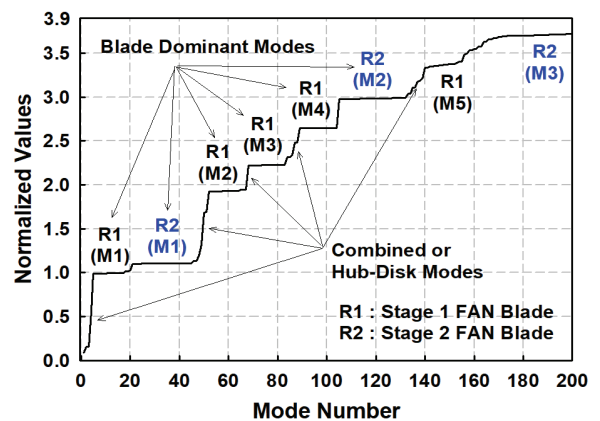


Fig. 14 Natural frequencies of full annular FE model (full configuration engine fan assembly)

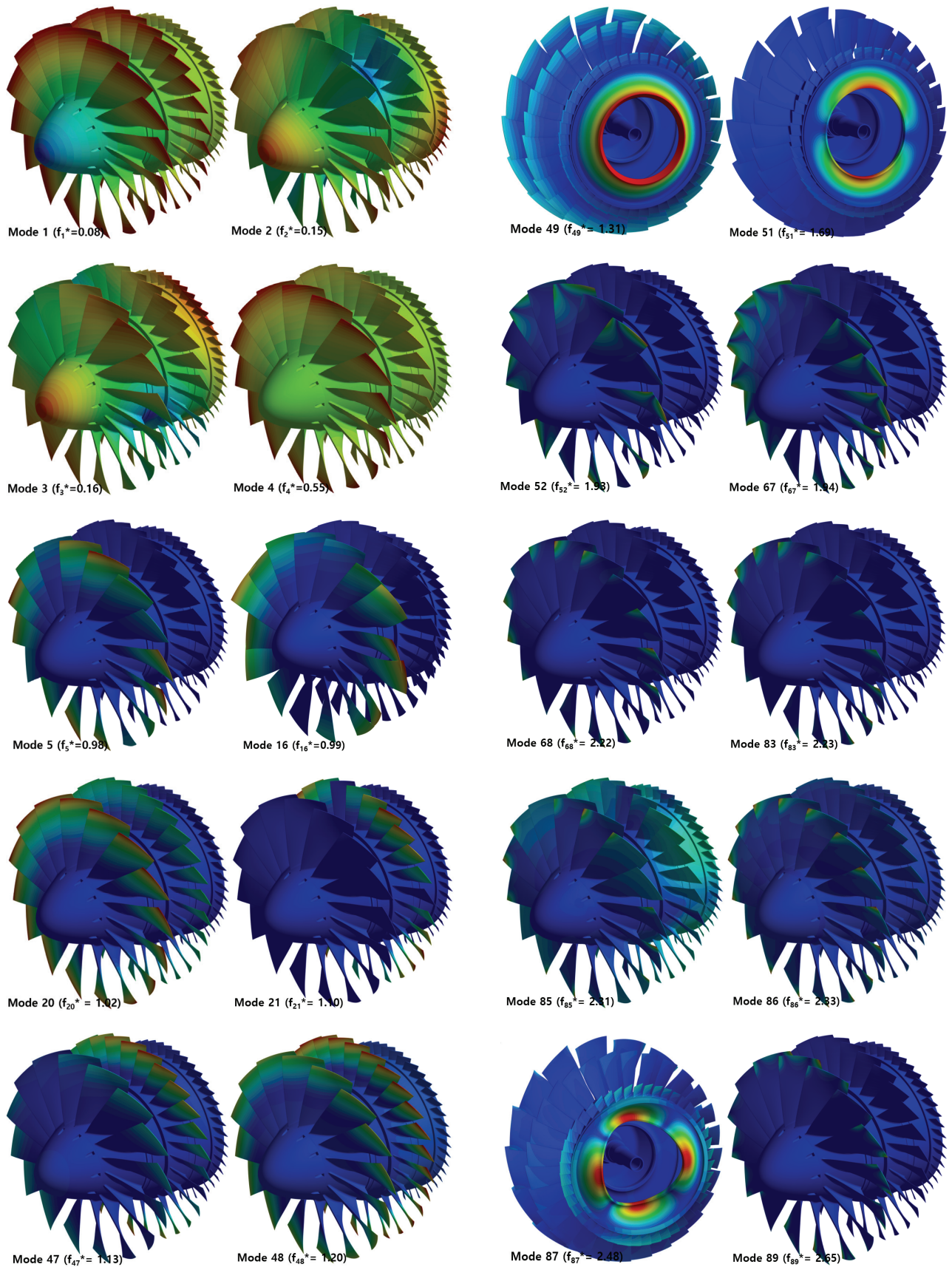


Fig. 15 Natural mode shapes of full annular FE model (full configuration engine fan assembly)

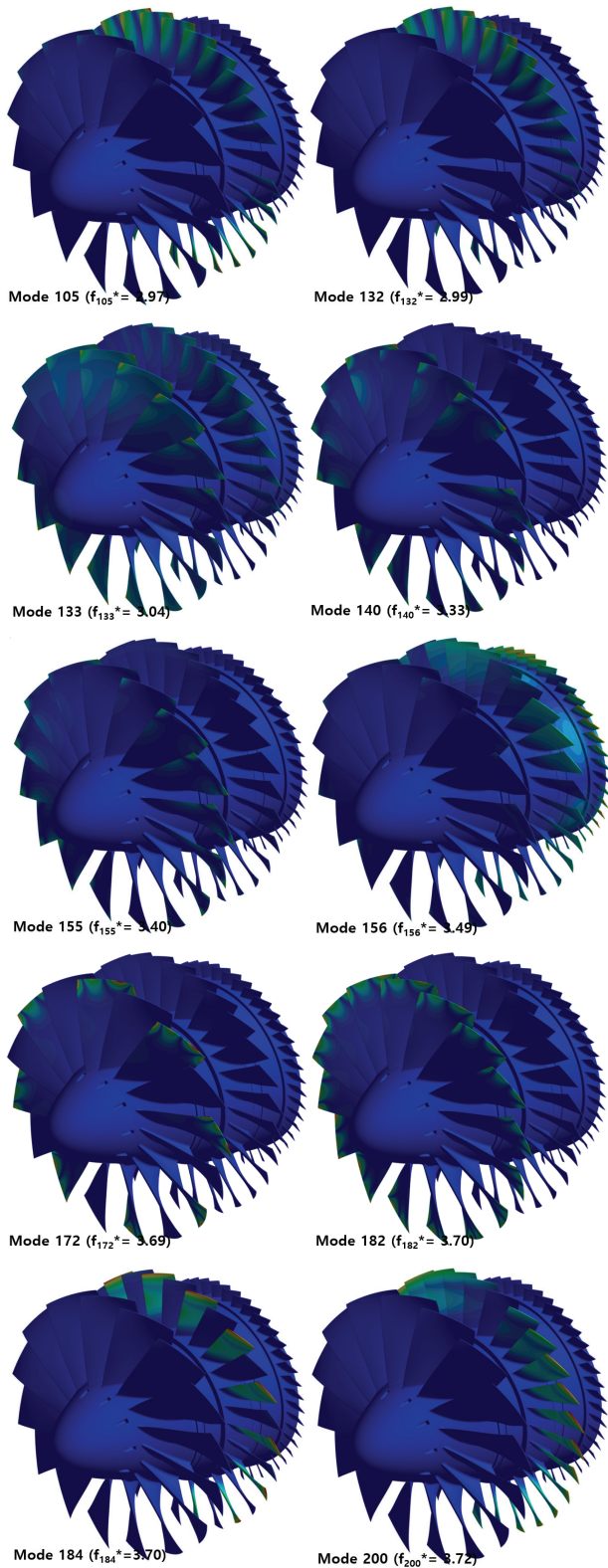


Fig. 15 Continued

본 논문에서 고려한 팬 형상의 경우, 대부분의 고유모드에서 허브(디스크) 영역에 명확한 nodal line이 형성되지 않는 경우가 다수 관찰되었다. 특히, 1차 모드는 블레이드를 포함한 허브 전체 구조에 유발되는 비틀림(torsional) 모드

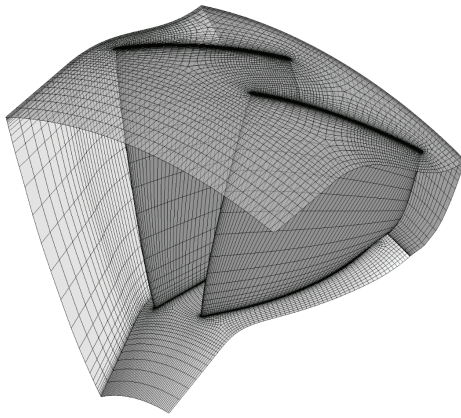
이며, 2차는 수평방향 굽힘(bending) 모드, 3차는 수직방향 굽힘 모드, 4차는 전후방향(b fore-aft) 굽힘 모드에 해당한다. 5차부터 19차까지는 FAN R1의 1차 굽힘 모드가 지배적이며, 20차 모드에서는 FAN R1의 모드가 주도적인 가운데 FAN R2의 모드가 혼합된 양상을 보인다. 21차 모드부터는 FAN R2의 1차 굽힘 모드가 나타나며, 47차 및 48차 모드는 FAN R2가 지배적인 가운데 FAN R1 모드가 일부 혼합된 특성을 보였다.

49차에서 51차 고유모드까지는 3단 허브-디스크의 내부 홀 주변 구조가 진동하는 패턴이며, 이 중 51차 고유모드에서는 nodal diameter 패턴이 명확하게 나타났다. 52차 모드부터는 FAN R1의 2차 모드(Fig. 5 및 Fig. 8 참조)가 지배적인 특성을 보였으며, 68차 모드부터는 FAN R1의 3차 모드(Fig. 8 참조)가 우세하게 나타났다. 이어서 85차 모드의 경우는 허브와 블레이드 진동이 혼합된 특성을 보이며, 87차는 디스크 운동이 지배적인 모드로 nodal diameter가 뚜렷하게 관찰되고 있다. 89차에서 104차까지는 FAN R1의 4차 모드 운동이 지배적이며, 105차부터 130차까지는 FAN R2의 2차 모드(Fig. 6 및 Fig. 11 참조)가 지배적으로 나타났다. 이후의 고유모드에서는 이와 유사하게 혼합 모드와 블레이드 운동이 지배적인 모드들이 순차적으로 나타나는 특성을 보였다.

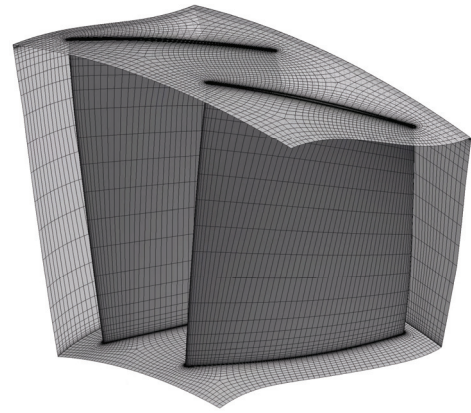
참고로, 블레이드-허브-디스크가 복합된 모드는 플러터 안정성에 미치는 영향이 크기 때문에 주의 깊게 분석할 필요가 있다. 반면, 허브-디스크가 지배적인 모드는 플러터 안정성에 미치는 영향은 상대적으로 미미하지만, 유체유발진동(flow-induced vibration), 버펫(buffet)에 의한 공진(resonance), 또는 동적 응력(dynamic stress) 증폭과 같은 현상과 연관될 수 있다. 이러한 특성을 설계 및 해석 단계에서 간과할 경우, 피로수명 예측에 큰 차이가 발생할 가능성이 존재하므로 신중한 고려가 필요하다.

4. 엔진 팬 블레이드 CFD 유동해석

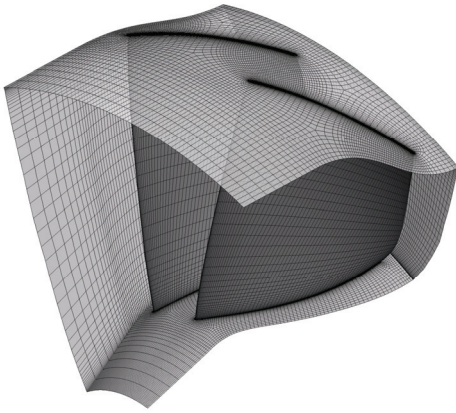
본 논문에서는 국내에서 설계·개발 중인 초기 가스터빈 엔진 팬 모델을 대상으로, 다양한 조건에 대한 플러터 안정성 해석을 정확하고 효율적으로 수행할 수 있는 기법을 평가하고자 하였다. 이를 위해 블레이드의 IBPA(Inter-Blade Phase Angle) 변화 영향을 반영한 효율적인 비정상 공력 해석 기법으로, CFX 프로그램의 double-passage 유동해석 기반 Fourier transformation method(FTM)를 적용하였다. 다만 터보기계 블레이드에 대한 플러터 해석은 일반적으로 하나의 운전 조건에 대해, 블레이드를 기준으로 최소 1차에서 3차 사이의 고유모드 형상에 대해 IBPA 변화를 고려한 해석이 수행되어야 하며, 이에 따라 해석 조건 수가 매우 많아지는 경향이 있다. 또한 각 조건에 대한 해석은 필



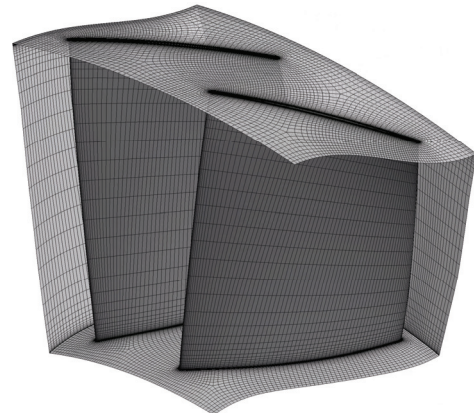
(a) 0.18 M cells (FAN R1)



(a) 0.18 M cells (FAN R2)

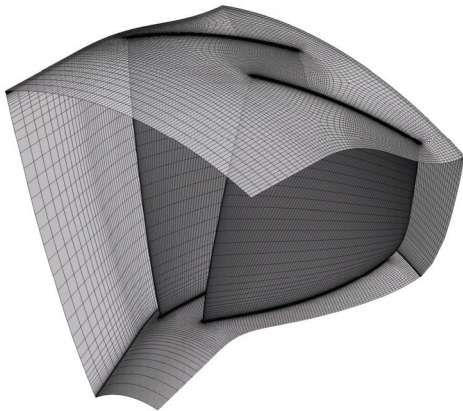


(b) 0.46 M cells (FAN R1)



(b) 0.46 M cells (FAN R2)

Fig. 17 Baseline CFD mesh of FAN R2 for aerodynamic damping computation (2 passage model)



(c) 1.3 M cells

Fig. 16 Baseline CFD mesh of FAN R1 for aerodynamic damping computation (2 passage model)

수적으로 unsteady CFD 유동해석 기법이 병행되어야 하므로, 약간의 정확도 저하를 감수하더라도 수치해석 시간을 최소화하고 강건한 격자 변형(mesh deformation)이 가능한 격자를 생성하여 활용하는 것이 필요하다.

Fig. 16~17은 본 연구에서 고려한 서로 다른 격자 밀집도의 주요 CFD 격자 분포를 보여주고 있으며, 지면상의 제약으로 생성 및 검토된 모든 격자 사례를 제시하지는 않았다. 일반적으로 플러터 해석은 국부적인 유동 구조보다는, 블레이드의 거시적인 진동 패턴에 의해 유도되는 분포 공력 하중의 적분값에 더 큰 영향을 받는 경향이 있다. 이에 따라, CFD 격자의 조밀도가 플러터 해석 결과에 미치는 영향을 후속 절에서 자세히 다루었다.

Fig. 18은 서로 다른 격자 조밀도를 가지는 CFD 격자계에 대해 해석을 수행한 후, 팬 성능 변수를 상호 비교한 결과를 나타낸 것이다. 그래프에서 가장 좌측의 검정색 막대는 한화에어로스페이스의 고정밀도 CFD 모델(3-stage 해석) 결과를 나타내며, 총 격자수는 약 2,600만 개 수준이고 SST $k-\omega$ 난류모델이 적용되었다. 이외의 결과는 플러터 해석을 위한 1-stage, 2-passage CFD 격자에 대한 것으로, 보안 사유로 한화에어로스페이스에서 수행한 고정밀도 격자 기반 CFD 유동 해석 결과를 기준으로 무차원화(normalized)하

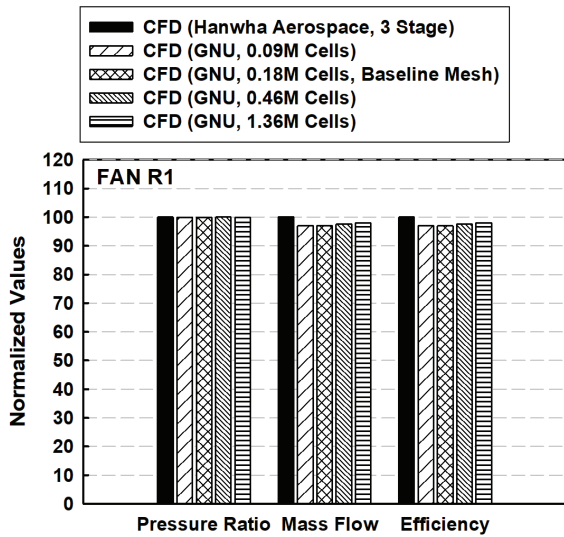


Fig. 18 Comparison of normalized pressure ratio, mass flow, and efficiency for FAN R1

여 비교 결과를 제시하였다. 단 분리 플러터 해석 모델의 입구 및 출구 조건은 한화에어로스페이스 3-stage CFD 모델에서 구한 각 단의 인터페이스(interface) 경계 값을 초기 조건 데이터로 반영하는 기법을 적용하였다. 이를 통해 최소한의 유동 해석 격자로 효율적인 플러터 해석이 가능하도록 하였다. 비교 결과, 상대적으로 조밀도가 낮은 플러터 해석용 CFD 격자의 성능 값에 대한 상대 오차는 약 3~4% 이내 수준임을 확인할 수 있었다. 이와 유사한 방식으로 FAN R2에 대한 평가도 내부적으로 수행되었으며, 이 경우 상대 오차는 더 낮은 수준으로 나타났다.

5. 엔진 팬 블레이드 플러터 해석 및 평가

엔진 블레이드의 플러터 현상은 유동과 구조 진동 간의 상호작용에 의해 발생한다. 플러터 마진(flutter margin)을 확보하기 위해서는 공탄성 진동 응답의 진폭이 시간에 따라 증폭되지 않고 점차 감소하는 특성을 가져야 한다. 일반적으로 공력감쇠가 양(positive)인 경우에는 진동 응답 진폭이 시간에 따라 감소하며 안정한 상태를 유지하지만, 음(negative)인 경우에는 진폭이 발산하면서 불안정한 플러터 현상이 유발된다. 다양한 운용 조건에서 플러터 불안정이 발생하지 않도록 설계하기 위해서는, 블레이드의 질량 분포(mass distribution)와 강성(stiffness)을 조정하여 유동-구조 간 상호작용 특성을 안정적으로 유도하는 것이 필요하다.

5.1 유한요소 모델의 민감도 평가

터보기계 블레이드의 플러터 현상은 일차적으로 고유진동 특성에 매우 민감한 영향을 받는다. CFD 유동해석 결과

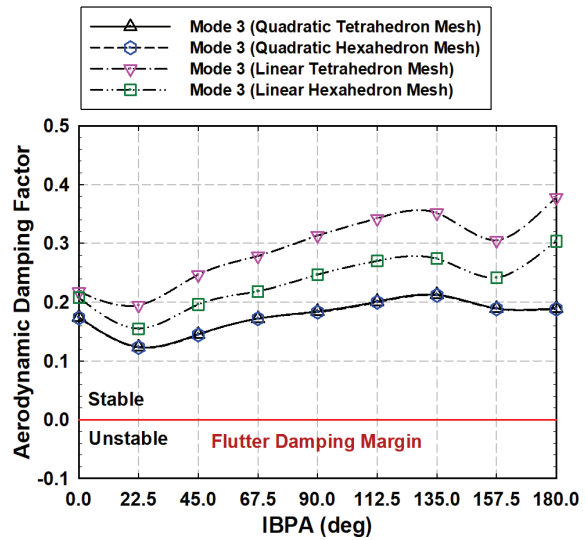


Fig. 19 Comparison of aerodynamic damping for different finite element meshes and IBPA

는 적분된 공력 하중의 형태로 플러터 공력감쇠 계산에 반영되지만, 고유모드 형상은 분포 형태의 진동 정보로서 비정상 CFD 해석 과정에 직접 입력되므로 오히려 더 큰 영향을 미치는 경우가 많다. Fig. 19는 FAN R1 형상에 대해 유한요소 모델의 요소 종류 및 크기가 플러터 공력감쇠 결과에 미치는 영향을 비교한 것이다. CFD 모델은 모두 동일한 유동해석 조건을 갖고 있으며, Fig. 18에 제시된 기준 격자(baseline mesh)를 적용하였다. 유한요소 모델의 평균 요소 크기는 모두 2 mm로 설정하였고, 공력감쇠 해석을 위한 가진 진폭은 블레이드 스패 길이의 약 2% 수준을 고려하였다. 해석 결과, quadratic tetrahedron 요소와 quadratic hexahedron 요소를 사용한 진동해석 모델에서는 서로 다른 IBPA 조건에서도 공력감쇠 결과가 거의 동일하게 나타났다. 반면, linear tetrahedron 요소 및 linear hexahedron 요소를 사용한 모델에서는 상대적으로 더 높은 수준의 공력감쇠가 예측되었다. 이러한 차이는 유한요소의 종류에 따라 충분한 해상도가 확보되지 못할 경우, 수치적으로 인위적인 강성 증가(stiffness overestimation) 현상이 발생하기 때문으로 판단된다. 따라서 터보기계 블레이드에 대한 매개변수 기반 플러터 해석을 수행하기에 앞서, 유한요소 모델에 대한 수렴성 평가는 필수적인 선행 검토 항목으로 고려할 필요가 있음을 확인할 수 있다.

5.2 CFD 격자에 대한 플러터 해석 영향성 평가

이 절에서는 앞서 수행한 유한요소 격자에 대한 수렴성 평가에 이어, 비정상 CFD 유동해석에서 격자 조밀도가 플러터 공력감쇠 해석에 미치는 영향을 분석하였다. Fig. 20은 서로 다른 격자 조밀도를 가진 CFD 격자계에 대해 플러

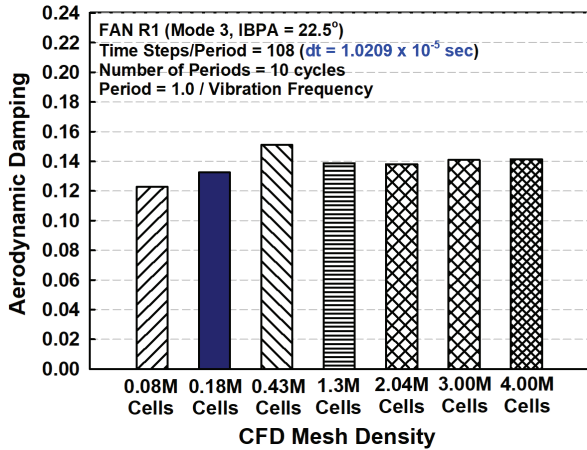


Fig. 20 Comparison of aerodynamic damping for different CFD mesh densities

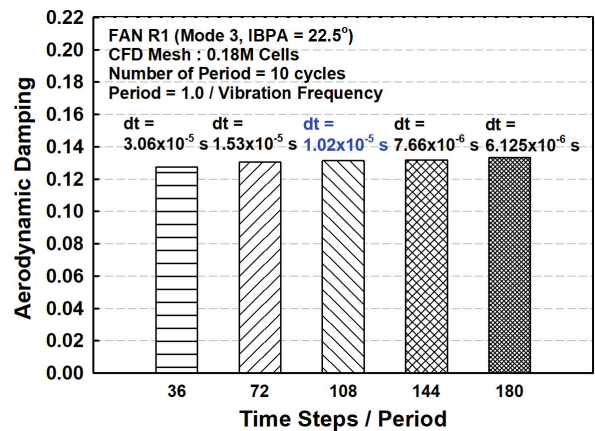


Fig. 21 Comparison of aerodynamic damping for different time step size

터 공력감쇠 해석을 수행한 결과를 비교한 것이다. 해석에 사용된 FAN R1 모델의 경우, 격자 조밀도가 증가함에 따라 예측된 공력감쇠 값이 증가하다가 이후 약간 감소 수렴하는 경향을 나타내었다. 약 130만 개 셀 이상의 CFD 격자부터는 수렴된 경향을 보였다.

이론적 관점에서 고밀도 격자를 활용하는 경우 더 정확한 공력감쇠 예측이 가능할 수 있다. 하지만, 플러터 해석은 매우 다양한 조건을 고려해야 하므로 이는 수치해석 시간의 급격한 증가를 초래할 수 있다. 또한 고유진동 차수에 따라 변하는 다양한 고유모드 형상을 반영한 동적 격자 변형 (dynamic mesh deformation) 유동 해석 과정에서 빈번한 격자 꼬임(mesh distortion) 및 negative volume 발생으로 인해 안정적인 해석 수행이 곤란할 수 있다. 따라서, 약 0.18M 셀 수준의 기준 격자(baseline mesh)를 설정하는 것은 현실적인 실용적 대안에 해당한다. 해당 격자는 수렴된 격자에 비해 다소 보수적인 공력감쇠 결과를 제공하는 경향이 있으므로, 설계 초기 단계의 효율적인 플러터 안정성 평가에 적절한 수준이라는 판단이다. 향후 설계 성숙도에 따라 구조 형상이 일부 변경될 가능성도 있으므로, 플러터 안정성이 가장 취약한 모드에 대해서는 보다 조밀한 CFD 격자를 활용한 단계적 재해석 및 검토를 수행하면 된다.

5.3 플러터 해석에 대한 시간간격 영향성 평가

이 절에서는 플러터 해석을 위한 FTM(Fourier Transformation Method) 기반 비정상 CFD 유동해석에서 필수 입력 변수인 시간 간격(time-step) 크기가 해석 결과에 미치는 영향을 평가하였다. 터보기계 플러터 해석에서는 반경험적으로 time-steps/period 값을 약 72로 설정하는 것이 일반적으로 추천된다.

Fig. 21의 해석 결과에 따르면, time-steps/period 값이 108 이상인 경우부터는 공력감쇠 해석 결과가 수렴하는 경향을 보이며, 추천 수준인 72의 경우와도 매우 유사한 결과를 나타낸다. 참고로 FAN R1 모델에 대한 공력감쇠 해석 시, 이를 물리적 시간 간격으로 환산하면 약 1.5×10^{-5} 초(= 10만분의 1.5초) 수준에 해당하는 값이다.

5.4 Scaling Factor가 공력감쇠에 미치는 영향

항공용 가스터빈 엔진 팬은 경량화된 구조 설계를 목표로 하기 때문에, 상대적으로 매우 높은 설계 회전속도와 유입 유속 조건을 가진다. 이러한 특성으로 인해 실제 작동 환경에서는 내부 유동장에 천음속 및 초음속 영역이 혼재되며, 이에 따라 강한 충격파의 발생 및 상호 간섭, 복잡한 유동 박리 현상 등이 함께 나타나는 유동 특성을 가진다. 따라서 동일한 유동 조건 및 고유모드 형상에서도, 블레이드의 진동 진폭에 따라 충격파의 강도와 유동 박리 범위가 달라질 수 있으며, 이는 공력감쇠 해석 결과에 영향을 미친다. Fig. 22는 공력감쇠 해석을 위한 입력 변수 중 하나인 조화 가진 진폭(harmonic excitation amplitude)의 크기에 따른 공력감쇠 변화 경향을 나타낸 결과이다. 플러터 안정성에 대한 이론적 요구 조건은 모든 진폭 수준에서 감쇠가 음의 값을 가져서는 안 된다는 것이며, 반경험적으로는 약 1~2% 수준의 조화 가진 진폭을 적용하는 것이 일반적으로 권장된다.

FAN R1에 대한 평가 결과, 블레이드의 3차 모드에서는 대부분의 진동 진폭 수준에서 플러터 안정성이 확보되었으며, 1차 모드에 대해서도 안정성이 충족됨을 확인할 수 있었다. 동일한 1% 수준의 조화 가진 진폭에 대해 FAN R1의 3차 모드에서의 공력감쇠는 0.1, FAN R2의 1차 모드에서는

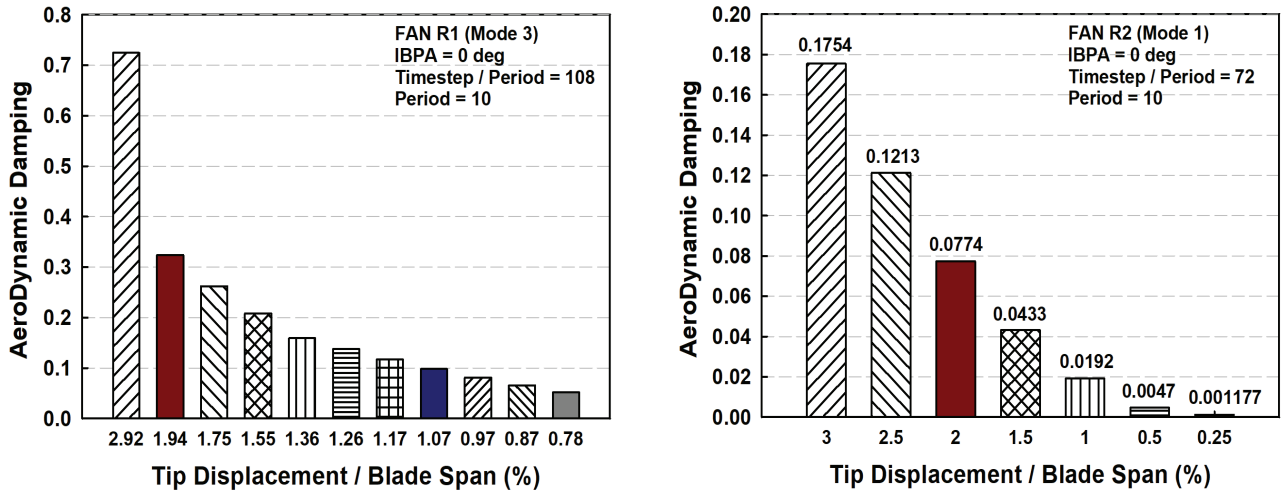


Fig. 22 Variation of aerodynamic damping for different excitation amplitudes

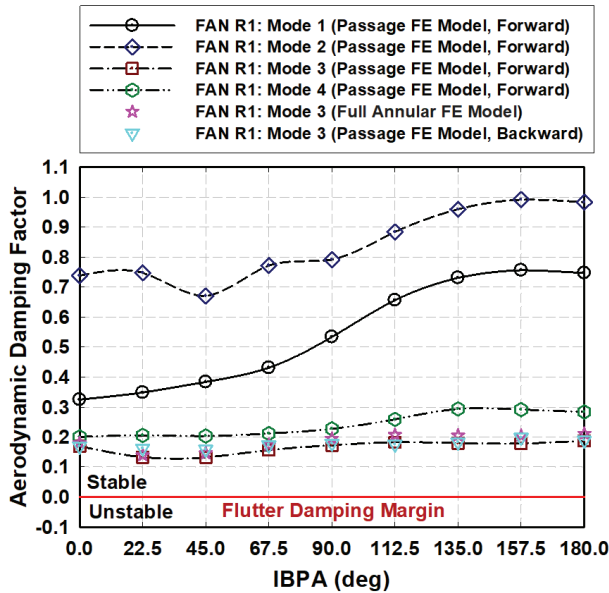


Fig. 23 Variation of aerodynamic damping for different IBPAs and mode shapes of FAN R1

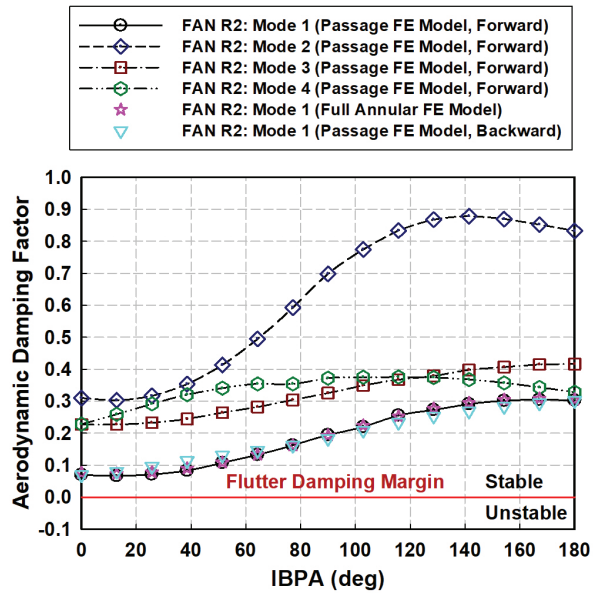


Fig. 24 Variation of aerodynamic damping for different IBPAs and mode shapes of FAN R2

0.02로 나타났다. 또한, 2% 수준의 조화 가진 진폭 조건에서는 FAN R1의 공력감쇠가 0.32, FAN R2는 0.0774로 계산되었다. 이 비교는 두 팬에서 각각 공력감쇠가 가장 낮게 나타나는 모드에 대한 결과로, 이를 통해 FAN R2가 FAN R1에 비해 상대적으로 플러터 안정성이 더 낮은 특성을 보임을 확인할 수 있었다.

5.5 IBPA 변화에 대한 플러터 해석

Fig. 23~24는 FAN R1 및 FAN R2에 대한 종합적인 플러터 해석 결과를 보여주고 있다. 터보기계 블레이드의 경우는 일반적으로 FWT 모드에서 플러터가 발생하는 경향이

있기 때문에 해석 검토 대상이 광범위한 경우 FWT 모드만 우선적인 플러터 해석을 수행하였다. 그리고 가장 낮은 공력감쇠를 나타내는 모드에 대해서는 BWT 모드에 대해서도 해석을 수행하였는데, FWT모드와 유사하거나 약간 높은 감쇠 수준을 보이고 있다. 이 해석은 passage 유한요소 모델에 대한 모드 형상을 적용한 경우의 결과이다. Fig. 23은 FAN R1에 대한 플러터 해석 결과로 3차 고유모드가 가장 낮은 공력감쇠 수준(가장 위험한 조건)에 해당한다. 여기서 별표 심볼은 full annular 유한요소 모델(Fig. 13)에 대한 진동 해석 결과에서 FAN R1의 3번 모드에 해당하는 고유모드를 선택 추출하여 적용한 경우이다. 두 결과가 유사한 수준의 공력감쇠를 나타내고 있으며, 이는 동일한 공력해석 모델을

적용하였기 때문에 두 종류의 유한요소 모델에 대한 상호 검증이 잘 되었음을 간접적으로 의미하는 것이기도 하다.

Fig. 24는 FAN R2에 대한 플러터 해석 결과로 1차 고유모드가 가장 낮은 공력감쇠 수준(가장 위험한 조건)에 해당한다. 여기서도 별표 심볼은 full annular 유한요소 모델에 대한 진동해석 결과에서 FAN R2의 1번 모드에 해당하는 고유모드를 선택 추출하여 적용한 경우이다. FAN R2의 경우도 두 결과가 거의 동일한 수준의 공력감쇠를 나타내고 있으며, 이는 동일한 FAN R2 공력해석 모델을 적용하였기 때문에 두 종류의 유한요소 모델에 대한 상호 검증이 잘 수행되었음을 확인할 수 있다. 여기까지 해석 결과를 검토해 볼 때 설계한 엔진 팬 모델의 100% 설계속도에 대한 블레이드 플러터 안정성은 확보된 것으로 판단할 수 있다.

현재 설계된 엔진 FAN 모델의 경우, FAN R2의 최저 공력감쇠가 FAN R1보다 약간 더 낮은 수준으로 나타났는데, 이는 상대적인 구조 진동 특성과 유동 특성 등이 복합적으로 작용한 결과이며, 본 논문에서 고려한 모델에 한정된 특성으로 해석해야 한다. 또한 이 시점에서 실무 설계자들은 엔진 블레이드의 플러터 안정성을 증가시킬 수 있는 방법론이 궁금할 수 있는데 이에 대한 의견은 다음과 같다. 가스터빈 엔진 블레이드는 다양한 운용 조건에서 공력 성능을 만족하는 형상 설계에 이어 구조 강도, 변형 제한 및 공진 특성 등과 관련된 필수적인 요구도를 충족할 수 있는 설계가 선행되어 수행된다. 따라서, 플러터 안정성을 증가시키기 위한 개선 설계는 항상 선행 설계 요구도 충족이 함께 고려되어야 하는 복합적인 특성을 가진다. 설계된 블레이드의 플러터 안정성을 증대시키기 위한 다양한 방법론이 존재할 수 있으나, 그중에서도 우선순위가 높은 관점은 가장 효율적인 설계 개선을 도출하는 데 있다고 할 수 있다. 예를 들어, 선행 설계 요구도를 만족하는 조건 내에서 가장 낮은 공력감쇠를 나타내는 고유모드의 특성을 개선하거나, 또는 적절한 mistuning을 적용하는 방법이 대표적이다. 그러나 일견 단순해 보이는 특정 고유모드의 변경조차도, 기존 블레이드 형상을 유지하면서 구현하기는 쉽지 않으며, 이는 공력 성능이나 구조 강도 특성에 영향을 줄 수 있다. 이러한 배경에서, 3.2절에서 설명한 mistuning의 전략적 활용은 형상 변경을 최소화하면서도 플러터 안정성을 증가시킬 수 있는 중요한 대안이 될 수 있다.

5.6 Full Annular FAN 구조모델에 대한 플러터 해석

이 절의 내용은 기존 참고문헌에서도 찾아보기 힘든 흥미롭고 공학적으로 중요한 결과를 포함하고 있다. Fig. 25는 full annular 구조모델에 대한 공력감쇠 결과를 비교한 것이다. 그래프의 수직 점선 좌측은 각 모드에 대한 passage 유한요소 모델의 공력감쇠를 나타내며, 점선 우측은 보다 실제적인

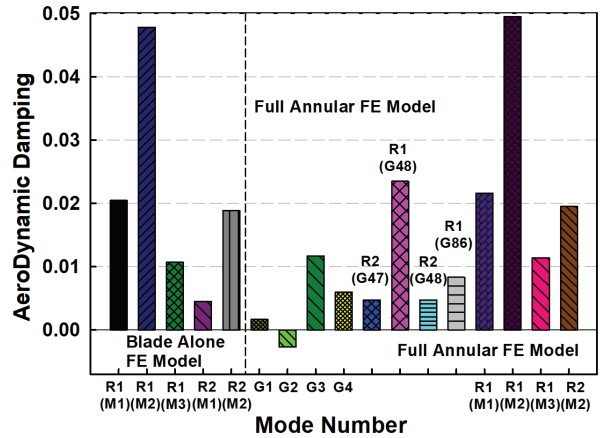


Fig. 25 Comparison of minimum aerodynamic damping for different mode shapes of full annular FE model

full annular 구조 시스템에 대한 공력감쇠를 보여주고 있다. G1, G2, G3 및 G4는 Fig. 14에 제시한 global 모드 형상의 1차, 2차, 3차 및 4차 모드를 의미하는데, 이들은 블레이드의 단독적인 고유모드가 아니라 회전축 끝단에 부착된 FAN 조립체의 거시적 혼합 진동모드에 해당한다. Full annular fan 모델을 고려한 주된 이유는, 설계된 fan 시스템의 운용 중 진동 특성을 보다 정확하게 반영할 수 있기 때문이다.

G1 고유모드는 양의 감쇠를 가지는 모든 고유모드 형상 중 가장 낮은 수준을 나타내고 있다. 그리고 G2 모드의 경우는 작은 값이지만, 이론적으로는 유일하게 음의 공력 감쇠비를 나타내고 있는 불안정 고유모드에 해당한다. 그렇지만 더 실제적인 관점에서는 Ti-6Al-4V 재질의 구조 감쇠비가 최소 1% (0.01) 수준 이상으로(13), G2 모드에서 나타난 작은 음의 공력 감쇠비인 -0.0027 수준을 상쇄할 수 있는 정도에 해당할 것으로 예상된다. 이는 추후 시제품에 대한 지상진동시험(ground vibration test, GVT)으로 해당 모드의 감쇠비를 실제 측정된 값과 비교하여 정확한 재검토가 가능할 것이다. 참고로 MIL-HDBK-1783B: Engine Structural Integrity Program 및 MIL-STD-3024: Propulsion System Integrity Program 자료에는 엔진 블레이드 작동 범위 전반에 걸쳐 양의 플러터 마진(margin)을 가져야 하는 요구도가 제시되어 있다. 또한 FAA Advisory Circular AC 33.83-1 설계 규정은 항공기용 엔진과 보조동력장치(auxiliary power unit, APU)에 대해 음의 공력 감쇠를 가지는 경우 구조 감쇠와 등가(equivalent)되거나, 이보다 더 작은 값을 가져야 함을 요구하고 있다.

현재 설계된 팬 블레이드 조립체의 경우 G1과 G2 고유모드는 진동수가 FAN R1의 1차 고유진동수보다 상대적으로 낮은 수준이다. 이러한 저진동수 고유모드는 더 낮은 가진 에너지 수준에서 진동이 유발될 확률이 크다고 할 수 있다. 비단 플러터 안정성이 아니더라도 다양한 형태의 유체유발 진동 문제가 발생할 가능성도 있다. 현재 플러터 해석에 고

려된 초기 설계 팬 모델은 보완 및 개선 연구가 진행 중인 상태로, 향후 공력 감쇠 특성을 더욱 향상시킬 수 있는 기회가 있다. 또한, 향후 full annular 형상에 대해 가장 높은 정확도를 갖는 해석 방법으로, 시간 영역에서의 2-way coupled CFD-CSD 유체-구조 연성해석 기반의 virtual flutter test(또는 virtual flow-induced vibration test) 프로그램을 개발하고, 이와 관련된 재해석 및 시제작 제품의 시험 평가 결과와의 상호 비교 연구를 추가 수행하는 것은 유용한 향후 연구 방향으로 판단된다.

6. 결 론

본 연구에서는 자체 설계한 항공기용 터보팬 엔진의 팬 모델을 대상으로 진동 및 플러터 해석을 수행하였다. 1단 및 2단 블레이드에 대한 고유진동 해석을 통해 주요 모드 형상 및 특성을 분석하였으며, 정교한 full annular 유한요소 진동해석 모델을 구축하고 이를 활용함으로써, cyclic symmetry 기반 근사 진동해석의 한계를 극복하였다. 플러터 해석에는 Fourier transformation method를 적용한 CFD 기반 공력 감쇠 계산 기법을 활용하였으며, IBPA 변화, 격자 밀도, 시간간격, 가진 진폭 등 다양한 매개변수에 따른 영향을 정량적으로 평가하였다. 분석 결과, 단일 passage 유한요소 모델에 대한 해석과 전체 유한요소 모델 해석 간의 결과가 유사하게 나타났으며, 현재 설계된 엔진 팬 블레이드 형상은 설계속도 조건에서 플러터 안정성이 확보된 것으로 판단되었다. 향후에는 full annular 모델의 저차 진동모드에 대한 플러터 안정성 향상 방안과 고정밀도 양방향 유체-구조 연성해석 기법 적용 등을 통해, 보다 정밀한 해석과 설계 고도화가 가능할 것으로 기대된다.

후 기

이 논문은 2025년 정부(방위사업청)의 재원으로 국방과 학연구소의 지원을 받아 수행된 연구임(UI220082JD).

References

(1) Schuff, M., 2023, "Coupled Mode Flutter of Turbomachinery Blades," Ph.D. Thesis, Transport and Mechanical Systems at Technische Universität Berlin, Germany.
 (2) Bakhle, M. A., Reddy, T. S. R., and Stefko, G. L., 2010,

"Comparisons of Flutter Analyses for an Experimental Fan," NASA/TM-2010-216221.
 (3) Vasanthakuar, P., 2011, "Computation of Aerodynamic Damping for Flutter Analysis of a Transonic Fan," GT2011-46597, Proceedings of ASME Turbo Expo 2011, June 6-10, Vancouver, British Columbia, Canada.
 (4) May, M., Mauffrey, Y., and Sicot, F., 2011, "Numerical Flutter Analysis of Turbomachinery Bladings Based on Time-Linearized, Time-Spectral and Time-Accurate Simulations," IFASD-2011-080.
 (5) Vahdati, M., Zhao, F., and Sureshkumar, P., 2020, "An overview of time-domain computational methods for aeroelastic instabilities of multi-stage compressors," Journal of the Global Power and Propulsion Society, Vol. 4, pp. 114-127.
 (6) Kim, D. H., Park, Y. M., Lee I. and Kwon O. J., 2005, "Nonlinear Aeroelastic Computation of a Wing/Pylon/Finned-Store Using Parallel Computing," AIAA Journal, Vol. 43, No. 1, pp. 53-62.
 (7) Kim, D. H., Oh, S. W., and Park, O., 2006, "Flow-induced Vibration Analysis for Cascades with Stator-Rotor Interaction and Viscosity Effects," Transactions of the Korean society for noise and vibration engineering, Vol. 16, No. 10, pp. 1082-1089.
 (8) Lee, G. Y., Kim, K. H., and Kim, D. H., 2023, "Nonlinear Transonic Flutter Analysis of a Composite Fin Considering Delamination Effect," Journal of Aerospace System Engineering, Vol. 17, No. 6, pp. 82-93.
 (9) Holder, J. M., Turner, M., and Celestina, M., 2020, "Automated Turbomachinery Hot-to-Cold Transformation," AIAA 2020-0871.
 (10) Holder, J. M., RingHeisen, A., Ha, M. J., Ghimire, S., 2022, "Improved Automated Turbomachinery Hot-to-Cold Transformation with Cold-to-Hot Capabilities for Off-Design Analysis, AIAA SCITECH 2022 Forum.
 (11) Kim, D. H., Kim, Y. S., Yang, G. W., Jung, K. K., Kim, K. H., Min, D. G., 2009, "Flow-Induced Vibration (FIV) Analysis of a 3D Axial Compressor Blade," Transactions of the Korean society for noise and vibration engineering, Vol. 19, No. 6, pp. 551-559.
 (12) Ansys CFX-Solver Theory Guide, 2024, Release 2024 R1.
 (13) Meng, X. M., Zhao, Y., Lu, J., Huang, S., Zhou, J., and Su, C., "Improvement of Damping Property and Its Effects on the Vibration Fatigue in Ti6Al4V Titanium Alloy Treated by Warm Laser Shock Peening," metals Journal, Vol. 9, No. 746, 2019.