

신발형 리브의 형상변화가 열전달 및 압력 강하에 미치는 영향

서재원* · 김준희* · 김광용**†

Effects of Geometry of a Boot-Shaped Rib on Heat Transfer and Pressure Drop

Jae-Won, Seo*, Jun-Hee, Kim*, Kwang-Yong Kim**†

Key Words : Boot-Shaped Rib(신발형 리브), Cooling Channel(냉각 유로), Nusselt Number(누셀트수), Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations(레이놀즈평균 나비에-스톡스 방정식)

ABSTRACT

This paper deals with a parametric study on boot-shaped ribs in a rectangular cooling channel. Numerical analysis of the flow and heat transfer was performed using three-dimensional Reynolds averaged Navier-Stokes equations with the Speziale, Sarkar and Gatski turbulence model. The parametric study was performed for the parameters, tip width-to rib width, tip height-to-rib height, rib height-to-channel height, and rib height-to-width ratios. To assess the cooling performance and friction loss, Nusselt number and friction factor were defined as the performance parameter, respectively. The results showed that the cooling performance and friction loss were seriously affected by the four geometric parameters.

1. 서론

화석연료의 고갈 및 가격 상승, 환경문제 등 세계적으로 에너지 문제가 대두됨에 따라 이에 대한 대응책으로 고효율의 가스터빈이 많은 조명을 받고 있다. 가스터빈의 경우 높은 열효율을 얻기 위해 고온 및 고압의 터빈 입구조건이 요구되는데 이러한 작동환경에서는 블레이드의 수명 및 성능을 보호하기 위한 냉각기술이 필수적이다. 터빈 블레이드의 냉각은 크게 내부냉각과 외부냉각으로 구분할 수 있으며 대표적인 내부냉각기법으로는 리브(rib), 딥플(dimple), 핀핀(pin-fin) 등의 난류촉진장치를 이용해 열전달을 증가시키는 방법이 있다.

이들 중 본 연구에서 다루고자 하는 냉각기법인 리브에 대해서는 이미 다양한 실험 및 수치해석적 연구가 수행되었다. Chandra 등⁽¹⁾은 정사각형 내부냉각유로에서 리브들이 설치된 면의 수를 변화시켜가며 표면 열전달 및 마찰계수를 측정

하였다. 그 결과 면의 수가 늘어남에 따라 열전달계수 및 마찰계수가 증가한다는 것을 확인하였다. Islam 등⁽²⁾은 PIV(Particle image velocimetry)를 이용해 한 면에 리브들이 설치된 사각형 유로에서 리브 간 거리를 달리하며 난류유동 구조를 분석하였다. 그 결과 이 거리와 리브에 의해 박리된 유동의 재부착 길이(Reattachment length)는 레이놀즈수(Reynolds number)가 15,000을 넘는 경우 서로 독립적인 것으로 나타났다. Graham 등⁽³⁾은 리브에 의한 폐쇄율(Blockage ratio)이 유동에 미치는 영향을 파악하기 위한 실험을 실시하였다. 그 결과, 리브의 바로 앞과 뒤에서 상당한 재순환유동이 발생하는 것을 확인하였다. 작은 리브의 경우 후류에서 재부착이 발생하는 반면 큰 리브의 경우 리브와 리브 사이 전체 영역에서 박리유동이 발생함을 알 수 있었다. Wang과 Sunden⁽⁴⁾은 실험을 통해 연속적으로 설치된 리브와 불연속적으로 설치된 리브에 대해 난류 유동을 관찰하였다. 그 결과 불연속의 리브에서는 말발굽 형태의 와류가 나

* 인하대학교 대학원 기계공학과(Department of Mechanical Engineering, Graduate School, Inha University)

** 인하대학교 기계공학부(Department of Mechanical Engineering, Inha University)

† 교신저자, E-mail : kykim@inha.ac.kr.

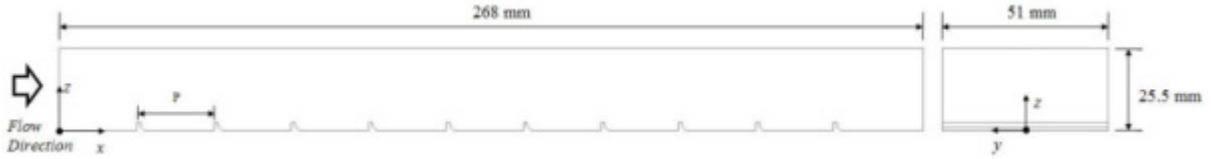


Fig. 1 Geometry of ribbed cooling channel.

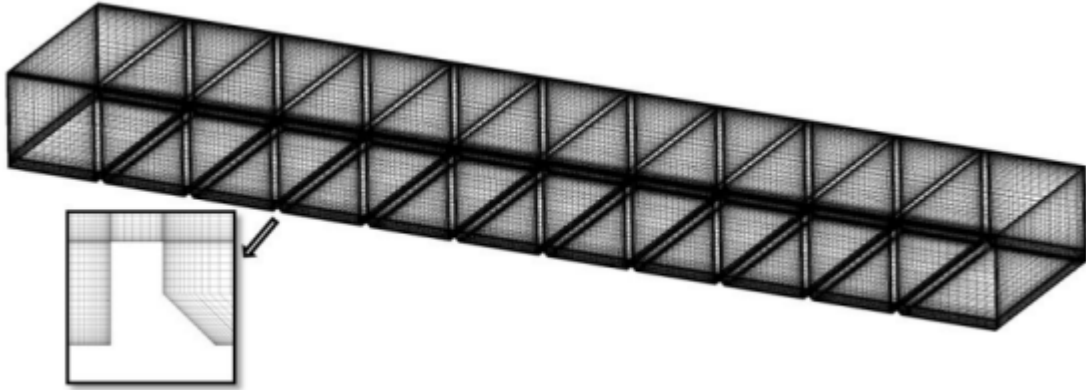


Fig. 2 An example of grid system

타났으며 연속으로 설치된 리브에 비해 핫스팟(Hotspot)이 많이 나타나는 것을 확인하였다.

위에 언급한 연구들과 함께 다양한 단면 형상을 갖는 리브의 열전달 성능에 대해 여러 연구가 이루어졌다. Liou와 Whang⁽⁵⁾은 실시간 홀로그래픽 간섭법(Real-time holographic interferometry)을 이용해 정사각형, 반원 및 이등변 삼각형 등 세 가지 단면형상의 리브가 각각 설치된 직사각형 유로에 대한 열전달 및 압력강하 성능을 조사하였다. 그 결과 정사각형, 반원 및 삼각형 리브가 설치된 유로에서 면적평균 열전달계수가 리브가 설치되지 않은 유로에 비해 각각 1.9-2.7, 1.6-2.1, 그리고 1.7-2.2 배로 증가한 것을 확인하였으며, 반원형과 삼각형의 리브가 정사각형의 경우에 비해 핫스팟이 적게 발생하는 것을 확인하였다. Manca 등⁽⁶⁾은 수치해석을 이용하여 정사각형, 직사각형, 이등변삼각형, 직각사다리꼴, 등변사다리꼴 등 여러 가지 단면의 리브가 부착된 냉각유로에 대해 연구를 수행하였다. 이를 통해 종횡비가 2인 삼각형 리브가 열전달 성능이 가장 높다고 보고하였다. Moon 등⁽⁷⁾은 수치해석을 통해 냉각유로에 부착된 12가지 리브단면 형상에 대해 수치해석적 연구를 수행하여 그 성능을 평가한 결과 신발형 단면을 갖는 리브가 열전달과 압력강하 측면에서 우수한 성능을 나타낸다고 보고하였다. 그러나, 이 연구에서는 신발형 리브의 단면형상 변화가 열전달 성능 및 압력강하에 얼마만큼 영향을 미치는 지에 대한 연구는 수행되지 않았다.

본 연구에서는 신발형 리브의 기하학적 형상이 열전달 및 압력강하 특성에 미치는 영향을 분석하기 위해 신발형 리브

들이 부착된 사각형 유로내 난류열전달 현상을 수치적으로 해석하고 열전달과 압력강하에 대한 파라미터 연구를 네 가지 형상변수를 사용하여 수행하였다.

2. 유동해석방법

본 연구에서는 삼차원 유동 및 열전달 해석을 위해 상용 전산유체역학 소프트웨어인 ANSYS CFX 15.0⁽⁸⁾을 이용하였다. 정상상태 압축성 Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS)방정식을 수치적으로 계산하여 유동 및 열전달 해석을 수행하였으며, 난류모델로는 Spezial-Sakar-Gatski(SSG)의 pressure-strain model을 사용한 난류응력모델(Reynolds stress model)을 사용하였다. SSG모델은 유선의 굴곡이 강한 경우의 유동에 대해 비교적 정확한 예측을 보이는 것으로 알려져 있다.

Shui 등⁽⁹⁾은 리브가 설치된 유로에 대해 SSG 모델과 2-방정식 모델들인 SST와 k-e모델의 예측성을 검증하여 SSG 모델이 유동구조 및 열전달을 가장 잘 예측한다고 보고하였다. 유동해석을 위해 고려된 계산영역은 Fig. 1과 같이 종횡비가 2이고 수력직경이 34 mm인 직사각형 냉각유로이며, 신발형 리브가 총 10개가 설치되어 있다. 유로의 높이 및 길이는 각각 25.5 mm와 268 mm이고 유로의 첫 번째 리브는 $x/L=0.0896$ 에 위치하고 있다. 그리고, 리브 사이의 거리와 유로 길이의 비 (P/L)는 0.0896, 리브 사이의 거리와 리브 너비의 비(P/e)는 10으로 하는 등 Moon 등⁽⁶⁾의 선행연구와 동일한 유로를 사용하였다. 수력직경을 기준으로 한 레이놀

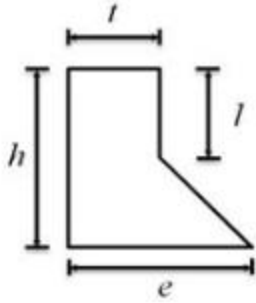


Fig. 3 Geometric parameters of a boot-shaped rib

스수는 10,000이다. 경계조건으로는 입구와 출구에 각각 속도와 정압력 조건을 사용하였다. 열전달면인 리브표면과 리브가 설치된 면에는 2,000 W/m²의 일정한 열유속 조건을 사용하였고 이를 제외한 나머지 면에는 단열조건(Adiabatic condition)을 적용하였다. 모든 벽면에는 점착조건(No-slip condition)이 적용되었다.

Fig. 2에서와 같이 격자계는 육면체 정렬 격자계를 사용하였다. 리브 후방부에서 생성되는 복잡한 유동구조를 정확하게 해석하고 벽 근처의 높은 속도구배를 계산하기 위해 리브 주변 및 벽근처 격자를 조밀하게 구성하였으며, 벽에서 가까운 첫 번째 격자점에서의 y^+ 값을 2.0 이하로 유지하였다. 계산에사용된 격자수로는 Moon 등⁽⁷⁾의 선행연구에서 수행한 격자의존성 시험의 결과를 바탕으로 약 360만개를 최적격자수로 사용하였다.

수치해석을 위하여 Intel i7 3,41GHz PC를 사용하였으려한 형상을 계산하는데 약 4시간의 계산시간과 약 200번의 반복계산이 소요되었다. 수렴 여부는 RMS잉여값(Root mean square residual)이 10⁻⁵ 이하일 경우 수렴하였다고 판단하였다.

3. 형상변수 및 목적함수

Fig. 3에 나타낸 리브 단면의 형상변화가 열전달 성능 및 압력강하에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 4개의 무차원화된 형상변수로 리브 상단의 너비와 하단 너비의 비(t/e), 리브 상단의 높이와 리브 높이의 비(l/h), 리브의 높이와 유로 높이의 비(h/H), 리브 하단의 너비와 리브 높이의 비(e/h)를 각각 선정하였으며 Table 1에 각 형상변수들의 변화 범위를 나타내었다.

신발형 리브의 열전달 성능 및 압력강하를 확인하기 위하여 두 개의 성능함수를 정의하였다. 열전달과 관련한 성능함수는 다음과 같이 정의된다.

$$F_{Nu} = \frac{1}{A} \int \frac{Nu}{Nu_0} dA \quad (1)$$

Table 1 Ranges of geometric parameters

Parameter	Lower limit	Upper limit	Reference
t/e	0.1	0.9	0.5
l/h	0.2	0.8	0.5
h/H	0.06	0.14	0.094
e/h	0.6	1.4	1.0

여기서,

$$Nu = \frac{q_0 D_h}{k(T_w - T_b)}, \quad Nu_0 = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

T_w 와 T_b 는 각각 열전달이 일어나는 표면의 온도와 주 유동의 평균온도를 의미한다. k 는 냉각유체로 사용된 공기의 열전도도, q_0 는 열전달면에서의 열유속, D_h 은 유로의 수력직경, Re 는 수력직경을 사용한 레이놀즈수, Pr 은 프란틀 수(Prandtl number)를 의미한다. Nu 는 각 면에서의 면적평균 누셀트 수(Nusselt number)이며 Nu_0 는 회전하지 않는 매끈한 관에서 완전 발달된 유동에 의한 누셀트 수로서 Dittus-Boelter 관계식으로부터 계산된다. 열전달 성능은 난류유동이 완전 발달한 2번째 리브부터 10번째 리브 사이의 면에 대해 평가되었다.

압력강하와 관련된 성능함수의 정의는 다음과 같다.

$$F_f = \left(\frac{f}{f_0}\right)^{1/3} \quad (2)$$

여기서,

$$f = \frac{\Delta p D_h}{2\rho U_{IN}^2 P} \quad f_0 = 2(2.236 \ln Re - 2.639)^{-2}$$

f_0 는 매끈한 관에서 완전 발달된 유동에 대한 마찰계수로 Petukhov 실험적 관계식에서 계산되며, Δp 는 유동장에서의 압력강하를 나타낸다. ρ 는 냉각유체(공기)의 밀도, U_{IN} 은 입구에서 유동의 평균속도, P 는 피치를 의미한다.

4. 결과 및 검토

신발형 리브단면의 형상변화가 열전달 성능 및 압력강하의 변화에 미치는 영향을 알아보기 위해 4개의 형상변수, t/e , l/h , h/H , 그리고 e/h 를 각각 변화시켜가며 수치해석을 실시하였다. 이 경우 변화하지 않는 변수들은 Table 1에 주어진 기준치로 고정된다. 본 연구의 수치해는 Moon 등⁽⁷⁾의 선행 연구에서 타당성이 검증된 바 있다.

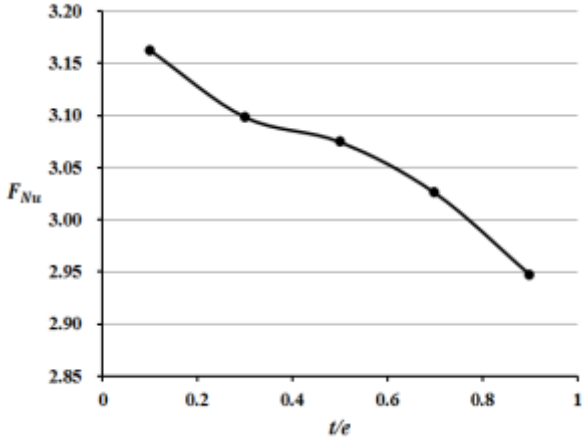


Fig. 4 Variation of F_{Nu} with tip width-to-rib width ratio

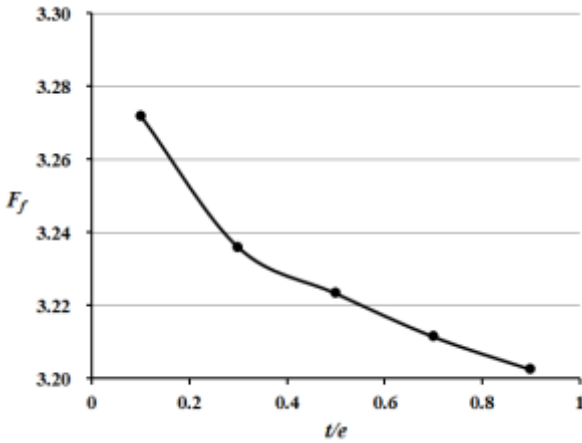


Fig. 5 Variation of F_f with tip width-to-rib width ratio

4.1 리브 상단의 너비와 하단 너비의 비(t/e)

Fig. 4와 5는 고정된 리브 하단 너비 e 에 대하여 $0.1 \leq t/e \leq 0.9$ 의 범위에서 리브 상단의 너비를 변화시킨 경우에 대해 각각 면적평균 누셀트 수와 마찰계수 변화를 나타내고 있다. t/e 가 감소할수록 면적 평균된 누셀트 수가 증가하는 경향을 볼 수 있다. 압력강하의 경우 t/e 가 증가할수록 감소하는 경향이 나타났다. 그러므로 t/e 가 감소할수록 열전달 성능은 향상되지만 압력강하 성능은 나빠지는 것을 알 수 있다.

Fig. 6에서는 3번째와 4번째 리브 사이의 $x-z$ 평면($y=0$)에서 t/e 변화에 따른 유선분포를 나타낸다. t/e 가 감소할수록 리브후류에서 생성되는 유동박리 영역의 크기가 감소하고 재부착 길이가 짧아지는 것을 확인할 수 있으며 이로 인해 열전달 성능이 증가되는 것을 알 수 있다. Fig. 7에서는 세 번째와 네 번째 리브 사이 열전달면의 중앙선($y=0$)에서의 누셀트 수의 분포를 나타내었다. 재부착이 상대적으로 빠르게 일어나는 $t/e = 0.1$ 인 경우가 $t/e = 0.5$ 와 0.9 인 경우

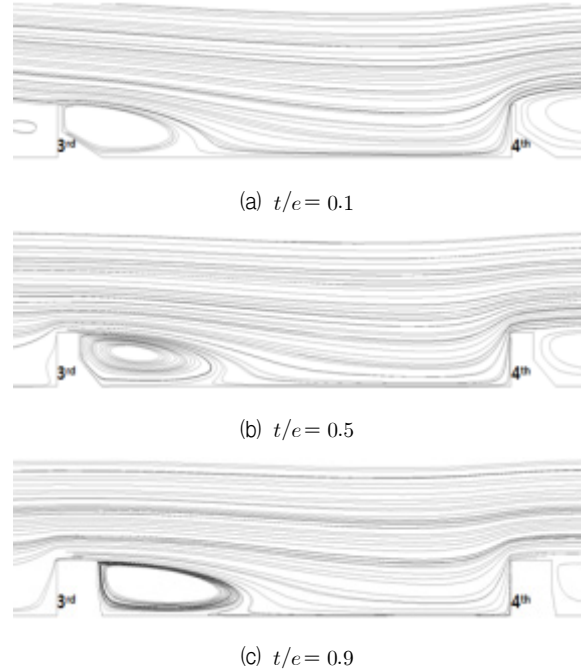


Fig. 6 Streamlines between third and fourth ribs on $x-z$ plane for ribs for different tip width-to-rib width ratio

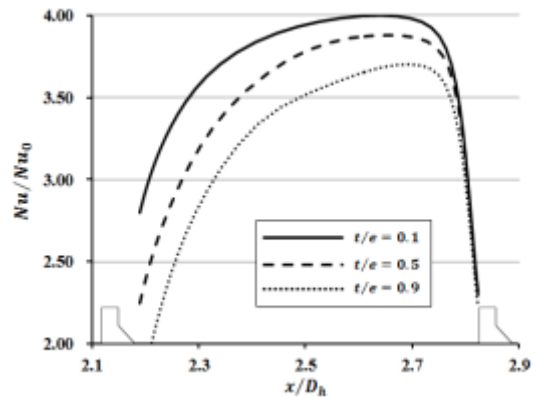


Fig. 7 Distributions of Nusselt number distribution along the centerline of heated surface between third and fourth ribs

보다 최대 누셀트 수 및 전반적인 누셀트 수의 크기가 상당히 큰 것을 확인할 수 있다.

4.2 리브 상단의 높이와 리브 높이의 비(l/h)

리브 상단의 높이와 리브 높이의 비에 따른 면적평균 누셀트 수의 변화가 $0.2 \leq l/h \leq 0.8$ 범위에서 Fig. 8에 나타나 있다. l/h 가 감소할수록 열전달 성능은 완만하게 증가하는 것으로 나타났지만 그 변화의 폭은 주어진 범위에서 t/e 의 경우 (Fig. 4) 보다 1/4 정도로 작음을 알 수 있다. Fig. 9는 l/h 변화에 따른 압력강하와 관련된 성능함수의 변화를 나타낸 것이다. $l/h=0.4$ 와 0.6 사이에서 압력강하의 최소치가 존

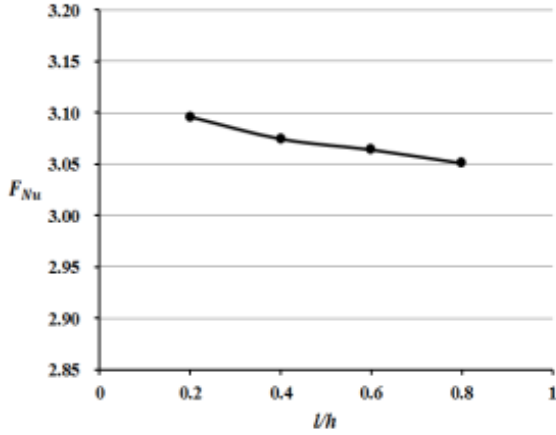


Fig. 8 Variation of F_{Nu} with tip height-to-rib height ratio.

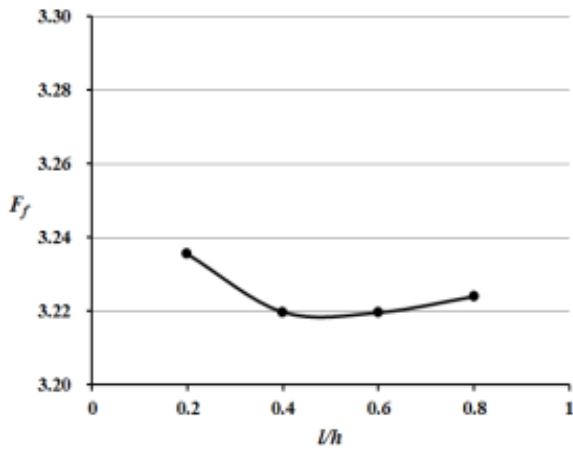


Fig. 9 Variations in F_f with different tip height-to-rib height ratio

재함을 알 수 있다. 그리고, l/h 가 이 범위 보다 작은 경우가 큰 경우 보다 압력강하가 크게 나타난다.

Fig. 10은 3번째와 4번째 리브사이의 $x-z$ 평면($y=0$)에서 l/h 변화에 따른 유선분포를 나타낸 것이다. 유선분포를 확인한 결과 l/h 가 작은 경우 유선의재부착이 상대적으로 빨리 일어나고 있으나 이 변수에 따른 재부착거리의 변화가 크지 않은 것을 확인할 수 있어 l/h 가 열전달 성능에 큰 영향을 미치지 않는 이유를 알 수 있다.

4.3 리브의 높이와 유로 높이의 비(h/H)

리브의 높이와 유로 높이의 비 h/H 를 0.06에서 0.14까지 변화시켜가며 면적평균 누셀트 수와 마찰계수의 변화를 각각 나타낸 것이 Fig. 11과 12에 보여진다. 앞서 리브 상단의 너비를 변화시킨 경우와는 다르게 h/H 가 감소할수록 면적평균된 누셀트 수가 전체적으로 증가하고 마찰계수도 감소하는 경향을 볼 수 있다. 따라서, h/H 가 감소하는 것이 열전달 성능 및 압력강하에 공히 긍정적인 영향을 미치는 것을 확인

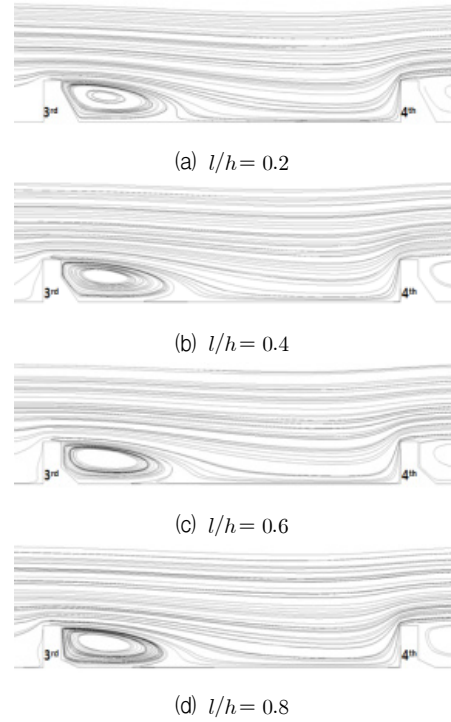


Fig. 10 Streamlines between third and fourth ribs on $x-z$ plane for different l/h

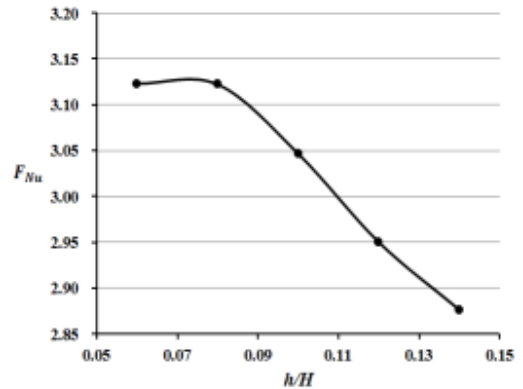


Fig. 11 Variation of F_{Nu} with rib height-to-channel height ratio

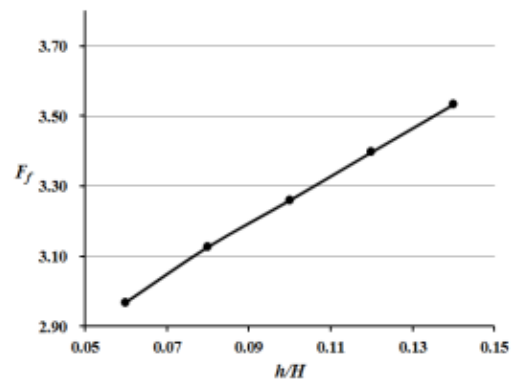


Fig. 12 Variation of F_f with rib height-to-channel height ratio

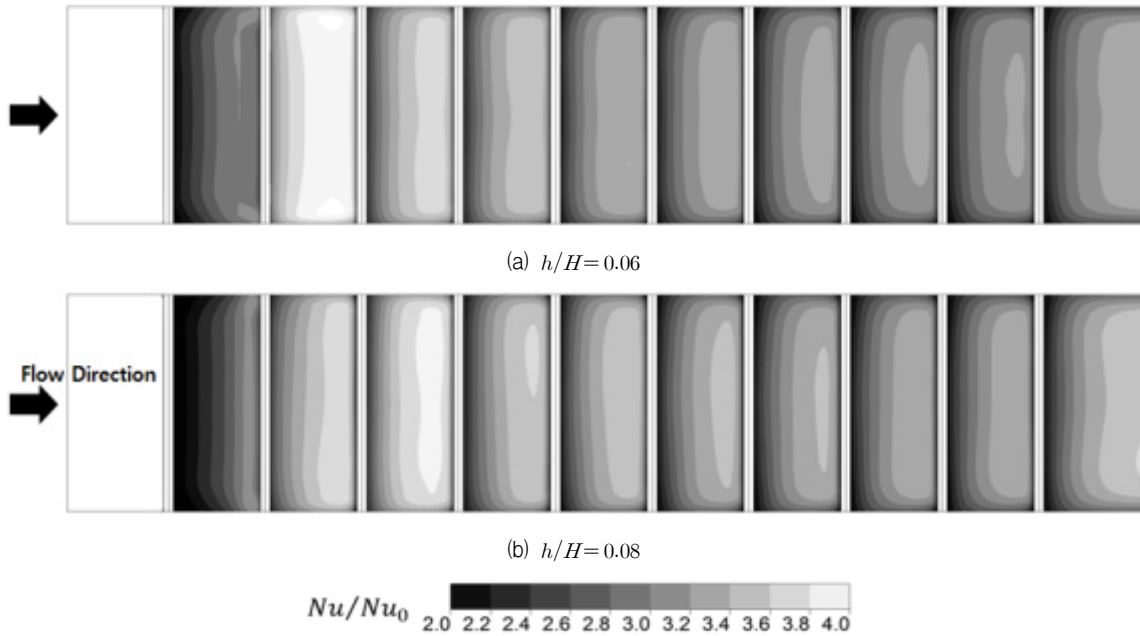


Fig. 13 Nusselt number distributions on the heated surface for different rib height-to-channel height ratios.

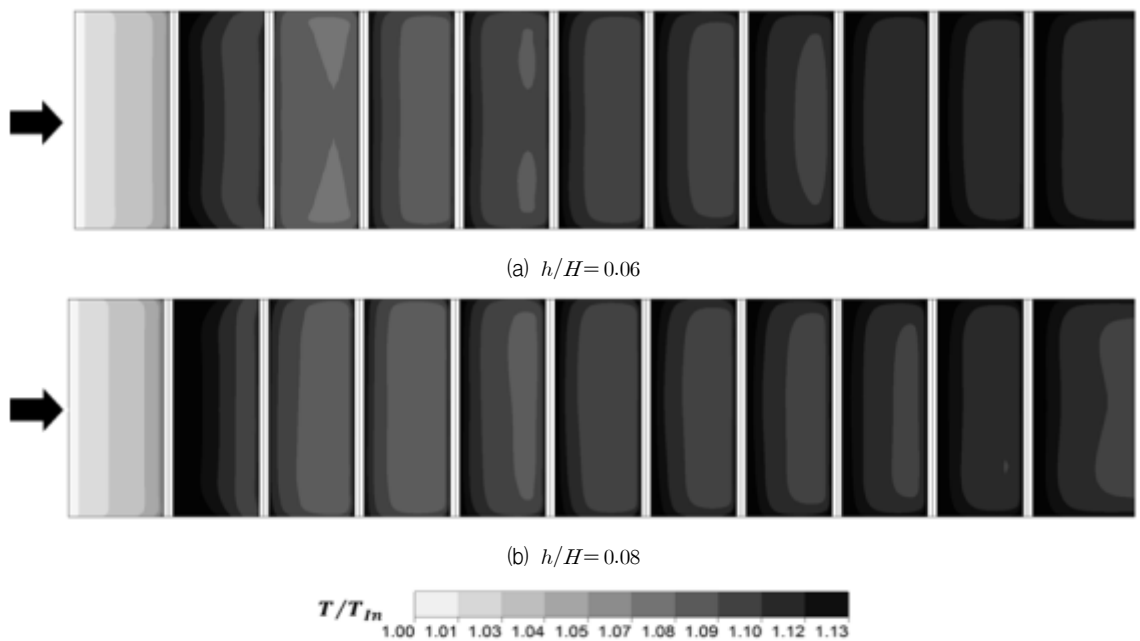


Fig. 14 Temperature distributions on the heated surface for different rib height-to-channel height ratios

할 수 있다. 특히 압력강하의 변화의 폭이 18%에 가깝게 큰 것이 주목할 만하다. 리브의 높이가 상대적으로 낮은 $h/H = 0.06$ 인 경우와 $h/H = 0.08$ 인 경우와 비슷한 열전달 성능을 보이는 반면, 압력강하는 $h/H = 0.06$ 에서 더 낮은 것을 볼 수 있다. 그러나, Fig. 13에 나타난 열전달면의 국부 누셀트 수 분포에서는 두 경우가 차이가 나는 것을 확인할 수 있다. h/H 가 0.06인 경우 두 번째와 세 번째 리브사이에서는 높은 누셀트 수 분포를 보이지만 유동이 하류로 갈수록 h/H 가

0.08인 경우에 비해 누셀트 수의 감소폭이 큰 것을 알 수 있다. 동일한 열전달면에서의 온도분포를 나타낸 Fig. 14에서도 두 경우의 온도분포 상의 차이를 확인할 수 있다.

Fig. 15는 $y=0$ 에서 3번째와 4번째 리브 사이의 유선분포를 나타낸 것이다. Fig. 15(a)나 (b)와 같이 리브의 높이가 상대적으로 작은 경우 유선의 재부착 거리가 짧아 재부착 이후에 새롭게 발달하는 열경계층으로 인해 높은 누셀트 수 분포를 나타냄을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 Zahra 등⁽¹⁰⁾이

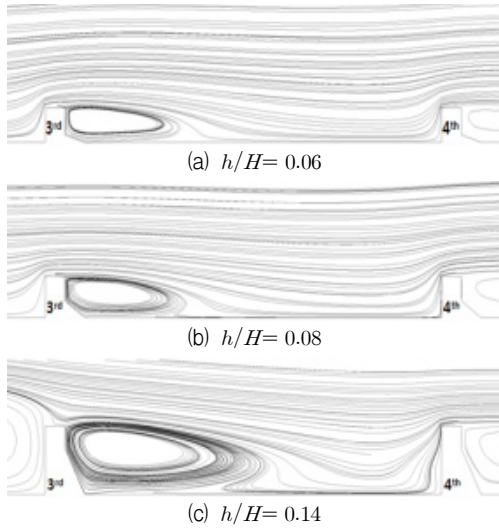


Fig. 15 Streamlines between third and fourth ribs on x-z plane for different rib height-to-channel height ratios

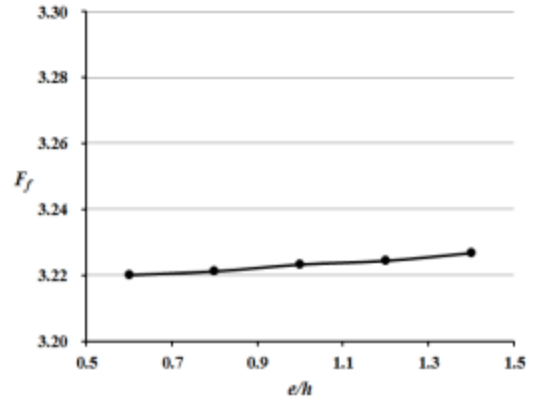


Fig. 17 Variation of F_f with rib width-to-height ratio

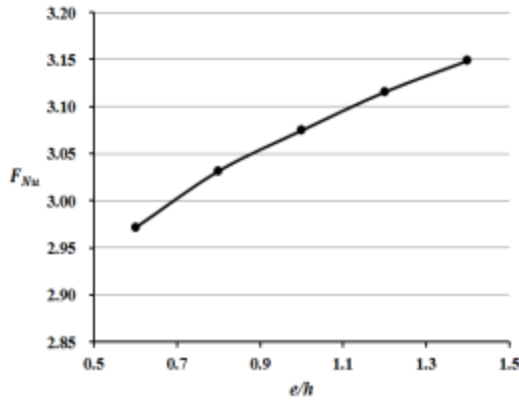


Fig. 16 Variation of F_{Nu} with rib width-to-height ratio

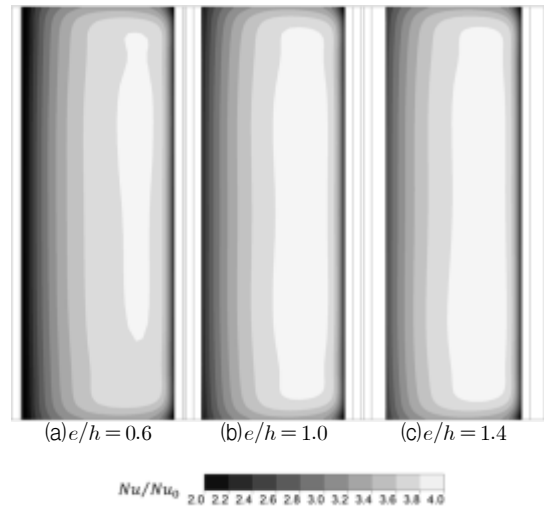


Fig. 18 Nusselt distributions on the heated surface between third and fourth ribs for different e/h

실험을 통해 유로 높이에 대한 리브 높이의 비인 폐쇄율이 감소할수록 열전달 성능이 증가한다고 보고한 연구 결과와 동일한 경향을 나타내는 것을 알 수 있다.

4.4 리브 하단의 너비와 리브 높이의 비(e/h)

리브 하단의 너비를 변화시켜 $0.6 \leq e/h \leq 1.4$ 범위에서의 면적평균 누셀트 수와 마찰계수의 변화를 Fig. 16과 17에 나타내었다. Fig. 16은 e/h 가 커질수록 열전달 성능이 증가하는 경향이 보였으며 그 변화의 폭은 그림 4에 나타난 t/e 의 경우와 유사하다. $e/h = 1.4$ 인 경우 Moon 등⁽⁷⁾이 해석한 기존 형상($e/h = 1.0$)보다 평균 누셀트 수가 2.4% 증가한 값을 나타낸다. e/h 가 증가함에 따라 압력강하도 증가하는 것으로 나타났지만 그 변화가 무시할 정도로 작은 것이 주목할 만하다.

Fig. 18은 3번째와 4번째 리브사이의 열전달면에 대한 누셀트 수 분포를 나타낸 것이다. 리브 하단이 넓어지면서 누

셀트 수가 낮은 어두운 부분의 면적이 상대적으로 감소하는 것을 확인하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 중형비가 2.0인 직사각형 냉각유로에서 신발형 리브의 4가지 형상변수가 열전달 및 압력강하에 미치는 영향을 확인하기 위해 삼차원 RANS해석을 수행하였다. 계산결과는 리브 상단의 너비와 하단 너비의 비, t/e 가 감소함에 따라 유선의 재부착이 빠르게 유발되어 열전달이 향상됨과 동시에 압력강하도 증가하는 상반된 경향을 보였다. 시험된 t/e 범위에서 평균누셀트 수와 마찰계수의 변화폭은 각각 약 7%와 2%이다. 리브 상단의 높이와 리브 높이의 비, l/h 가 증가할수록 열전달 성능은 감소하나 그 변화의 폭은 t/e 의 경우에 비해 1/4에 불과하여 그 영향이 크지 않았으며 압력강하의 경우 시험된 범위 내에서 최소치가 존재하였으나 역

시 l/h 에 대한 민감도는 t/e 에 비해 2/7 정도로 낮았다. 평균 누셀트 수의 리브의 높이와 유로 높이의 비, h/H 에 따른 변화폭은 약 8% 정도로 나타났으며 이 변수가 감소할수록 열전달은 증진되었으나 h/H 가 시험된 범위의 하한치인 0.6과 0.8에서 유사한 누셀트 수를 보였다. 압력강하 성능도 h/H 가 감소함에 따라 매우 크게 감소하여 그 변화의 폭이 18%에 달했다. 따라서 h/H 의 감소는 시험된 범위 즉 0.06에서 0.14 사이에서 열전달과 압력강하에 공히 긍정적이고 민감한 영향을 미쳤다. 유동장 분석을 통해 리브 높이가 낮아짐에 따라 유선의 재부착거리가 짧아져 열전달이 향상됨을 확인할 수 있었다. 리브 하단의 너비와 리브 높이의 비, e/h 가 증가하는 경우 열전달 성능이 향상되는 경향을 보였고 그 변화의 폭은 약 6% 정도였으며 압력강하의 경우도 e/h 가 증가함에 따라 높아졌지만 그 변화는 무시할 수 있을 정도로 작았다.

후 기

이 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2009-0083510).

References

(1) Chandra, P. R., Alexander, C. R. and Han, J. C., 2003, "Heat transfer and friction behaviors in rectangular channels with varying number of ribbed walls", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 481~495.

(2) Islam, M. S., Kaminaga, M., Hino, R., Monde, M., 2009, "Prediction of turbulent flow structure in a fully developed rib-roughened narrow rectangular channel",

Journal of Thermal Science, Vol. 18, Issue 2, pp. 126~136.

(3) Graham, A., Sewall, E. and Thole, K. A., 2004, "Flowfield Measurements in a Ribbed Channel Relevant To Internal Turbine Blade Cooling", *Proceeding of ASME Turbo Expo 2004*.

(4) Wang, L. and Sunden, B., 2007, "Experimental investigation of local heat transfer in a square duct with various-shaped ribs", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 759~766.

(5) Liou, T. M., and Hwang, J. J., 1993, "Effect of ridge shapes on turbulent heat transfer and friction in a rectangular channel", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 4, pp. 931~940.

(6) Manca, O., Nardini, S., Ricci, D., 2011, "Numerical analysis of water forced convection in channels with differently shaped transverse ribs", *Journal of Applied Mathematics*, Vol. 2011, pp. 25.

(7) Moon, M. A., Park, M. J. and Kim, K. Y., 2014, "Evaluation of heat transfer performances of various rib shapes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 71, pp. 275~284.

(8) Ansys CFX-15.0, 2013, Ansys Inc.

(9) Shui, L., Gao, J. M., Xu, L., Wang, X. J., 2010, "Numerical investigation of heat transfer and flow characteristics in a steam-cooled square ribbed duct", *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea and Air*.

(10) Zahra, G. T., Wang, L., Sunden, B., 2013, Effect of Blockage-ratio on Developing Heat Transfer for a Rectangular Duct with Transverse Ribs, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2013 : Turbine Technical conference and exposition*.