

## 볼 소켓형 피봇을 갖는 틸팅 패드 저널 베어링의 성능 예측 및 기존 결과와의 비교

김태호<sup>\*†</sup> · 최태규<sup>\*\*</sup>

Performance Predictions of Tilting Pad Journal Bearing with Ball-Socket Pivots and Comparison to Published Test Results

Tae Ho Kim<sup>\*†</sup>, Tae Gyu Choi<sup>\*\*</sup>

*Key Words : Damping(감쇠), Load Capacity(하중지지능력), Pivot Stiffness(피봇 강성), Tilting Pad Journal Bearing (틸팅 패드 저널 베어링), Stiffness(강성)*

### ABSTRACT

This paper predicts the rotordynamic force coefficients of tilting pad journal bearings (TPJBs) with ball-socket pivot and compares the predictions to the published test data obtained under load-between-pad (LBP) configuration. The present TPJB model considers the pivot stiffness calculated based on the Hertzian contact stress theory. Due to the compliance of the pivot, the predicted journal eccentricity agree well with the measured journal center trajectory for increasing static loads, while the early prediction without pivot model consideration underestimates it largely. The predicted pressure profile shows the significant pressure development even on the unloaded pads along the direction opposite to the loading direction. The predicted stiffness coefficients increase as the static load and the rotor speed increase. They agree excellently with test data from open literature. The predicted damping coefficients increase as the static load increases and the rotor speed decreases. The prediction underestimates the test data slightly. In general, the current predictive model including the pivot stiffness improves the accuracy of the rotordynamic performance predictions when compared to the previously published predictions.

### 1. 서 론

전동기, 압축기, 대형터빈 및 발전설비 등과 같은 고속 회전체 시스템은 장시간의 고속 구동을 위해 구름 요소가 없는 유체 윤활 베어링을 사용하는 추세이다. 특히, 고속에서의 동적 안정성 확보를 위해, 회전체의 불안정성을 야기하는 교차 강성(Cross-Coupled Stiffness Coefficients)이 없거나 매우 작은 틸팅 패드 베어링(Tilting pad bearing, TPB)이 선호된다. 그러나, TPB은 형상이 복잡하고 패드의 거동이 난해하여 성능 예측이 쉽지 않다. Nicholas<sup>(1)</sup> 등은 5 패드 틸팅 패드 저널 베어링(Tilting pad journal bearing, TPJB)에 대하여 유한요소 모델 및 패드 조합 방법을 활용하여 다

양한 예압, 피봇 위치, 베어링의 직경-길이 비, 그리고 하중 방향에 따른 성능 해석을 수행하여 비교하였다. Kirk와 Reedy<sup>(2)</sup>는 TPJB의 피봇 모델을 제시하였고 피봇 형상 차이에 따른 쳐짐량 및 강성 변화를 분석하였다. Nicholas와 Wygant<sup>(3)</sup>는 TPJB의 피봇 형상에 따른 피봇 강성을 고하중 조건에서 분석하였고, 그에 따른 패드 내의 응력변화를 유한요소법을 통해서 분석하였다. Hwang<sup>(4)</sup> 등은 공기 윤활 TPJB의 패드 쳐짐을 고려한 해석을 수행하였다. 해석 결과는 패드의 쳐짐으로 인한 교차강성이 발생하나, 일반적으로 쳐짐의 정도가 극히 작기 때문에 성능에 미치는 영향이 크지 않음을 보였다. Sudheer Kumar Reddy<sup>(5)</sup> 등은 4패드 TPJB에 대하여 열탄성유체윤활이론을 통한 해석을 수행하여 성능을

\* 국민대학교 기계시스템공학부(School of Mechanical Engineering, Kookmin University, Seoul, Korea)

\*\* 두산중공업 가스터빈개발 1팀(Doosan Heavy industries & Construction GT SI Team, Changwon, Korea)

† 교신저자, E-mail : thk@kookmin.ac.kr

예측하였으며, 패드의 탄성 변형이 최소 유막두께와 강성 및 감쇠계수의 증가를 유발함을 보였다. Childs와 Harris<sup>(6)</sup>는 TPJB의 볼 소켓형 피봇의 강성을 해석에 반영하기 위해 유체 윤활막과 피봇이 직렬로 연결되어 구성된 등가 스프링 모델을 제시하였다. 윤활막의 강성은 열유체윤활해석을 통해 계산하였으며, 피봇의 강성은 측정값을 사용하였다. 등가 스프링 모델을 이용하여 수정한 TPJB의 강성 및 감쇠계수는 실험을 통하여 측정한 결과와 비교적 잘 일치하였으나, 저널 편심률에서는 매우 큰 차이를 보였다. Ha<sup>(7,8)</sup> 등은 소형 가스터빈의 전방 베어링으로 사용되는 TPJB에 대하여 예압 및 피봇 위치 변화에 따른 강성 및 감쇠계수 변화와 가스터빈 회전축 진동을 해석하였다. 해석 결과는 베어링의 하중방향, 예압, 피봇 위치 등이 회전축계의 고유진동수와 진동크기에 뚜렷한 영향을 미침을 보였다. San Andres<sup>(9)</sup>는 피봇 강성 측정값을 활용하여 TPJB의 열유체윤활해석을 수행하였다. 해석 결과는 참고문헌<sup>(6)</sup>의 실험 결과와 비교하여 비교적 낮게 예측하였다. Choi와 Kim<sup>(10)</sup>은 Kirk와 Reddy,<sup>(2)</sup> 그리고 Nicholas와 Wygant<sup>(11)</sup>가 Hertzian contact stress 이론<sup>(12)</sup>을 적용하여 개발한 피봇 강성 모델을 활용하여 TPJB의 유체윤활해석을 수행하였다. 해석된 피봇의 강성은 형상 치수 및 하중 조건에 따라 달라지며, 피봇의 강성이 감소함에 따라 저널 편심률은 증가하고 베어링의 강성과 감쇠계수는 크게 감소함을 보였다.

국·내외의 많은 연구자들이 TPJB의 정확한 성능예측을 위하여 해석적 연구를 수행하고 있지만, 아직까지 해석 모델의 부정확성으로 인해 실험결과를 정확히 예측하는데 어려움이 있다. 이에 본 연구에서는 참고문헌<sup>(6)</sup>의 볼 소켓형 피봇을 갖는 TPJB에 대하여 성능해석을 수행하고 실험결과와의 비교를 통해 결과를 고찰하고자 한다.

## 2. 해석 모델 및 방법

### 2.1 해석 모델

Fig. 1은 참고문헌<sup>(10)</sup>에서 제시한 피봇의 변형을 고려한 TPJB의 모델을 보여준다. X, Y는 각각 수평과 수직방향 직교 좌표계이다. 피봇은 하중의 증가에 따라 변위가 비선형적으로 변하는 탄성 스프링으로 모델링되며,<sup>(10)</sup> 피봇의 변형을 고려한 윤활유막 두께는 식 (1)과 같다. 패드의 틸팅 시에 볼과 패드의 접촉점이 미세하게 변화하지만 그 영향이 매우 미미하여 무시한다.

$$h = (R_p - R_j) - e \cos(\theta_c - \theta) + \{\zeta - (R_p - R_b)\} \cos(\theta_c - \theta) - \delta(R_p + t_p) \sin(\theta_c - \theta) \quad (1)$$

여기서  $\delta$ ,  $\zeta$ ,  $R_p$ ,  $R_b$ ,  $RJ$ ,  $tp$ ,  $e$ ,  $h$ ,  $\theta_c$ ,  $\theta_p$ ,  $\theta$ 는 각각 패드 틸팅 각도, 피봇 반경방향 변위, 패드의 곡률 반경, 베어

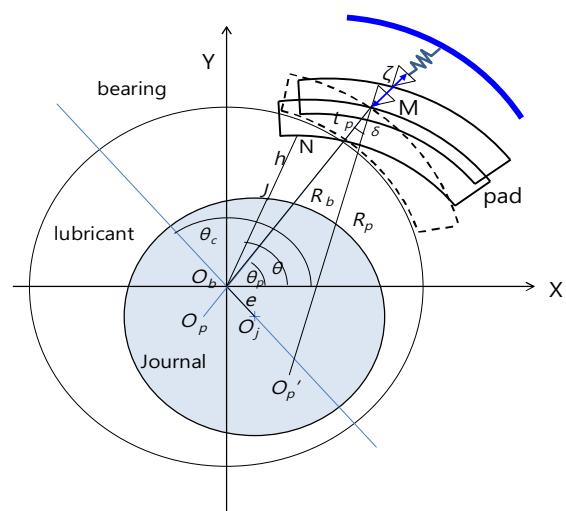


Fig. 1. Schematic view of TPJB with pad rotation and pivot deflection<sup>(10)</sup>

링 반경, 저널 반경, 패드 두께, 저널 편심량, 윤활유막 두께, 저널 자세각, 원주 좌표계 기준으로부터 피봇까지의 각도, 그리고 윤활두께 해석 각도를 나타낸다.

### 2.2 해석 방법

TPJB의 패드 압력분포 해석을 위하여 등온상태의 비압축성 유체의 레이놀즈 방정식, 식 (2)를 사용하였다. 여기서,  $p$ ,  $t$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $\Omega$ 는 각각 압력, 시간, 유체의 밀도, 유체의 점도, 그리고 회전각속도이다.  $x$ ,  $z$ 는 각각 원주방향 및 축방향 좌표계를 나타낸다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{R_j \Omega}{2} \rho h \right) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \end{aligned} \quad (2)$$

패드 원주방향 및 축방향 양 끝단에서의 압력은 주변압력 ( $p_0$ )과 같다고 가정하였으며, 패드의 압력분포를 해석하기 위해서 유한요소법<sup>(10,13)</sup>을 사용하였다. 패드는 유체동압의 발생으로 인해 모멘트 평형이 이루어지도록 피봇을 기준으로 틸팅하게 된다. 패드의 모멘트 평형, 패드의 피봇 변형에 대한 힘 평형, 베어링의 수직, 수평방향의 힘 평형의 동시해를 계산하기 위해 Newton-Raphson 수치해석 기법을 이용하고, 이를 통해 패드 회전각도( $\delta$ ), 피봇변형량( $\zeta$ ), 저널 편심량( $e$ )을 계산하였다. 베어링의 직교강성 및 직교감쇠 계수는 정적 평형 상태의 저널 중심에서 수평(X) 및 수직(Y) 방향으로 변위 및 속도의 미소 증분에 따른 수평, 수직 반력으로부터 계산되어진다. 일반적으로 TPJB은 연성 강성 및 연성 감쇠 계수가 나타나지 않는다.

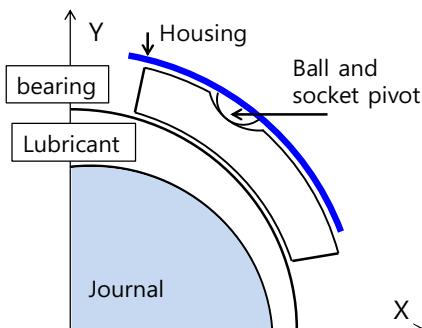


Fig. 2 Schematic view of ball-socket pivot

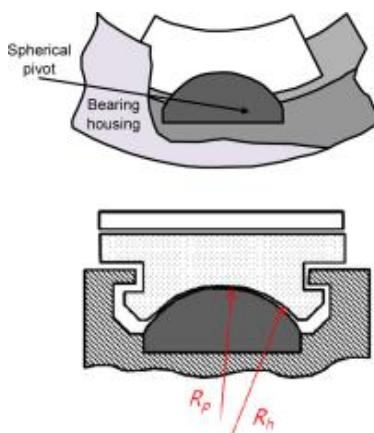


Fig. 3 Ball-socket (spherical) pivot model<sup>(10)</sup>

### 3. 해석의 실험결과와의 비교 및 고찰

#### 3.1 해석 대상

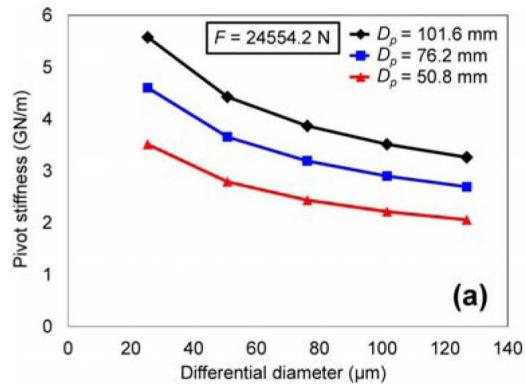
Fig. 2는 볼 소켓형 피봇으로 지지되는 패드를 갖는 TPJB의 개략도를 보여준다.

Fig. 3은 Hertzian contact stress 이론<sup>(12)</sup>을 적용하기 위한 볼 소켓형 피봇 모델을 보여준다. 패드의 반구형 소켓이 볼 모양의 피봇을 감싸는 형태로 패드와 피봇은 점 접촉을 한다. 참고문헌<sup>(10,12)</sup>로부터 인용한 식 (3)에서 보는 바와 같이 피봇의 강성 설계인자는 볼 및 소켓 재료의 탄성계수( $E_p$ ,  $E_h$ ), 포아송비( $\nu_p$ ,  $\nu_h$ ), 그리고 볼의 반경( $R_p=D_p/2$ ), 소켓의 반경( $R_h=D_h/2$ )이다. 또한, 피봇에 가해지는 하중에 따라 강성이 비선형적으로 증가한다.

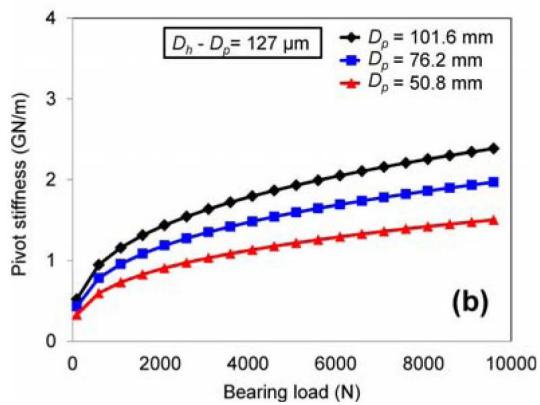
$$K_p = 1.442 \sqrt[3]{\frac{C_1 F_{p_0}}{C_2^2}} \quad (3)$$

$$C_1 = \frac{D_h D_p}{D_h - D_p}$$

$$C_2 = \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_h^2}{E_h}$$



(a)



(b)

Fig. 4 (a) Pivot stiffness vs. differential diameter and (b) pivot stiffness vs. static load for increasing ball diameters<sup>(10)</sup>

Fig. 4는 참고문헌<sup>(10)</sup>으로부터 인용하였다. Fig. 4(a)는 볼과 소켓의 직경 차이에 따른 강성의 계산 결과로, 일반적으로 직경 차이가 증가할수록 피봇의 강성은 비선형적으로 감소한다. 또한, 피봇의 직경이 커질수록 강성이 증가함을 보여준다. Fig. 4(b)는 하중에 따른 피봇 강성 계산 결과로 하중이 증가할수록 강성이 비선형적으로 증가함을 보여준다.

Table 1은 해석을 위해 사용한 TPJB의 설계값과 구동조건들을 참고문헌<sup>(6)</sup>에서 인용하여 보여준다. 패드의 개수는 4개이며 작용하중은 패드와 패드 사이(LBP형)로 가해진다.

#### 3.2 비교 결과

Fig. 5는 식 (3) 및 Table 1의 볼과 소켓 치수와 재질정보를 활용하여 해석한 실험 베어링 피봇강성(original model)과 Childs와 Harris<sup>(6)</sup>의 실험 측정치를 이용하여 보정된 수정 피봇 강성(present model)을 보여준다. 현재의 피봇 강성 모델은 피봇의 주재료인 AISI 4140 steel 탄성계수의 30% 값을 적용하여 저하중을 제외한 구간에서 피봇 강성 계산값이 측정값과 유사하도록 보정한 것이다. 피봇강성 해석값과 측정값의 차이는 볼 피봇과 베어링 하우징 사이에 삽입된 AISI 12L14 재질의 심(shim)에 의한 피봇 강성 감소 효과로 사료된다. 실험 베어링은 Table 3에서 보여주듯이 수평(X),

Table. 1 Test TPJB design parameters<sup>(6)</sup>

Pivot Type	Ball and Socket
Number of pads	4
Configuration	LBP
Pad arc angle (deg)	73
Pivot offset	0.65
Rotor diameter (mm)	101.59±0.01
Pad axial length (mm)	101.60±0.03
Manufacturer-reported radial bearing clearance ( $C_b$ ) (μm)	93.5
Radial bearing clearance about X axis ( $C_b$ ) measured (μm)	99.6±0.2
Radial bearing clearance about Y axis ( $C_b$ ) measured (μm)	54.6±4.5
Mean loaded pad preload	0.37
Mean unloaded pad preload	0.58
Ball radius of curvature (design) (cm)	3.175±0.0008
Ball material	AISI 4140 steel
Socket radius of curvature (design) (cm)	3.175±0.013
Socket material	Bronze
Lubricant type	ISO VG 32

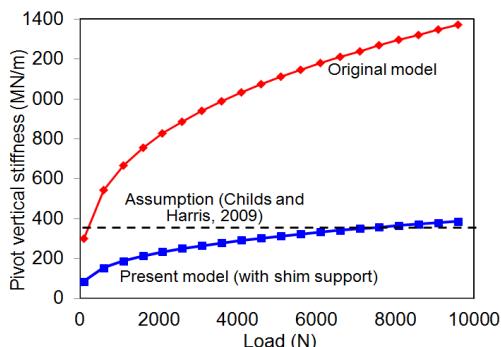


Fig. 5 Pivot vertical stiffness vs. static load

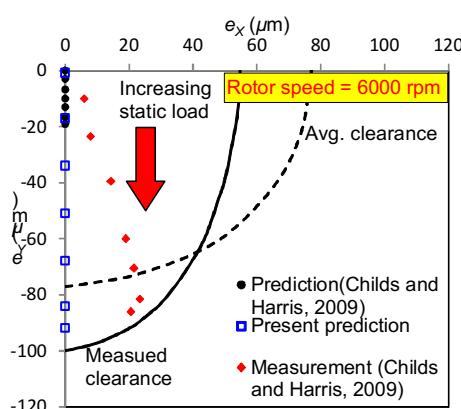


Fig. 6 Journal center trajectory for increasing unit load to 1896 kPa at rotor speed of 6000 rpm

수직(Y) 방향에서 측정된 클리어런스( $C_b$ ) 크기가 다르며, 각각의 패드에서 측정된 예압 조건 또한 동일하지 않지만, 본

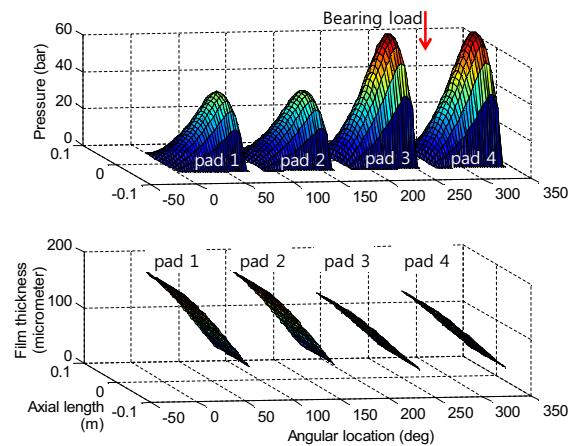


Fig. 7 Predicted pressure (upper) and film thickness (lower) profiles along angular location for unit load of 1034 kPa at 4000 rpm. LBP configuration

논문에서는 수직 및 수평방향의 평균 클리어런스와 하중방향의 예압 조건을 사용하여 해석을 수행하였다.

Fig. 6은 회전속도 6000 rpm에서 단위 하중(unit load or specific load)이 1896 kPa 까지 증가됨에 따른 저널 중심의 궤적 변화를 보여준다. 실선의 곡선은 참고문헌 6에서 측정한 베어링 클리어런스(Bearing clearance)를, 점선의 곡선은 해석에 사용된 베어링 평균 클리어런스(Avg. clearance)를 보여준다. 실험결과는 하중이 증가함에 따라 저널 중심이 하중 방향으로 최대 약 90 μm까지 편심되며 약간 오른쪽으로 치우침을 보인다. 해석 결과는 저널 중심의 편심량이 실험결과와 거의 일치하지만 편심의 방향이 하중방향과 일치하여 약간의 차이를 보인다. 이는 실험에 사용된 베어링은 비대칭 형태의 베어링 클리어런스를 갖는 반면 해석 모델은 대칭의 클리어런스를 갖기 때문이다. 참고문헌<sup>(6)</sup>의 해석 모델은 피복의 변형을 고려하지 않기 때문에 최대 약 20 μm의 저널 중심의 편심량을 예측하여 실험결과와 매우 큰 차이를 보인다.

Fig. 7은 회전속도 4000 rpm에서 1034 kPa의 단위하중이 작용할 때의 TPJB 패드의 압력분포 및 유막 두께분포 해석 결과를 보여준다. 이웃한 두 패드 사이에 하중이 작용하는 LBP 하중 조건에서 하중 작용 방향(270도)인 베어링 하부에 위치한 두 개의 패드(Pad 3, Pad 4)에서 최대의 압력을 보이며 유막두께는 최소가 됨을 보여준다. 하중의 반대 방향인 베어링 상부에 위치한 패드(Pad 1, Pad 2)들도 상당한 크기의 유체동압이 형성되는데 이는 패드에 형성된 예압에 의한 영향이다.

Fig. 8과 9는 단위 하중이 0 kPa, 689 kPa, 1379 kPa 일 때 회전속도에 따라 해석한 강성 및 감쇠 계수( $K_{i,j=X,Y}$ ,  $C_{i,j=X,Y}$ -Prediction)를 보여준다. 해석결과를 참고문헌<sup>(9)</sup>의 실험 결과( $K_{i,j=X,Y}$ ,  $C_{i,j=X,Y}$ -Test data) 및 해석 결과( $K_{ii}$ ,  $C_{ii}$ -Prediction;  $K_{ii-mod}$ ,  $C_{ii-mod}$ -Prediction)와 비교하여 나

## 불 소켓형 피봇을 갖는 틸팅 패드 저널 베어링의 성능 예측 및 기존 결과와의 비교

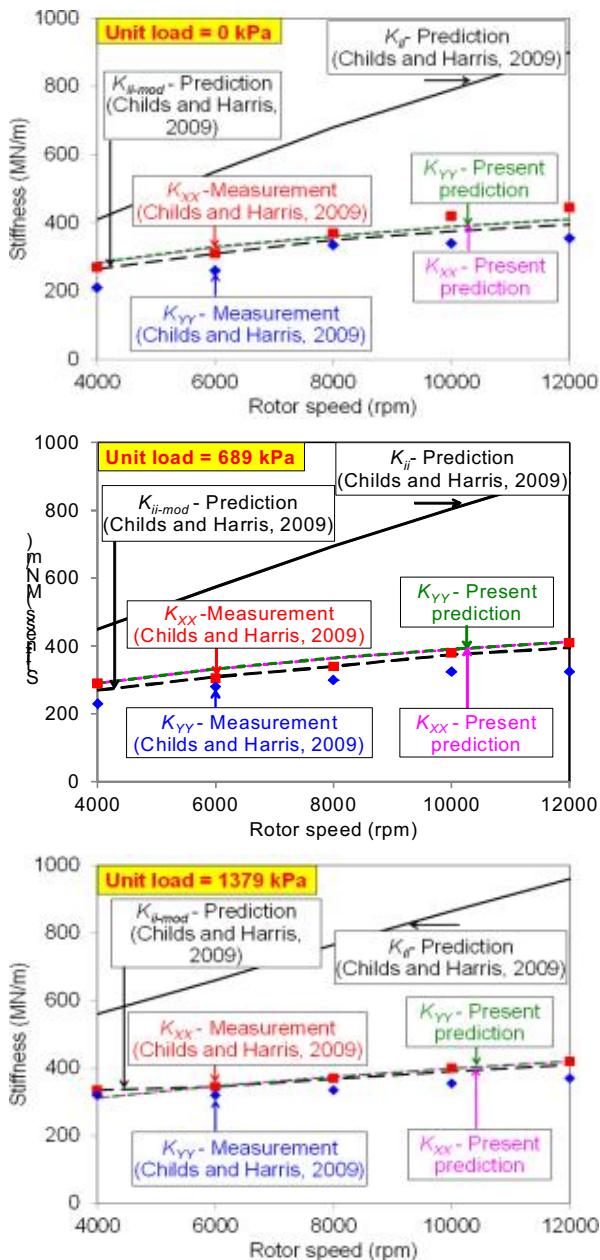


Fig. 8 Bearing stiffness vs. rotor speed for unit loads of 0 kPa, 689 kPa, and 1379 kPa. LBP configuration. Comparison to data from Ref.<sup>(6)</sup>

타내었다. 여기서,  $K_{ii}$ ,  $C_{ii}$ -Prediction은 피봇의 변형을 고려하지 않은 해석 결과이고  $K_{ii-mod}$ ,  $C_{ii-mod}$ -Prediction은 피봇 및 오일 유막의 직렬스프링 모델( $1/K=1/K_p+1/K_o$ ,  $K_p$  : 피봇 강성,  $K_o$  : 유막 강성,  $K$  : 베어링 강성)을 이용하여 수정된 결과이다. 일반적으로 강성계수는 단위하중이 증가할 수록, 회전속도가 증가할 수록 증가하는 경향을 갖는다. 피봇 강성을 고려하지 않은 해석의 경우 실험 결과와 큰 차이를 보이나 측정된 피봇 강성을 활용하여 수정된 해석 결과와 현재의 피봇 모델을 적용한 해석 결과는 실험 결과를 잘 예측한다. 실험 결과는  $K_{XX}$  와  $K_{YY}$  값이 서로 약간의 차이를 보

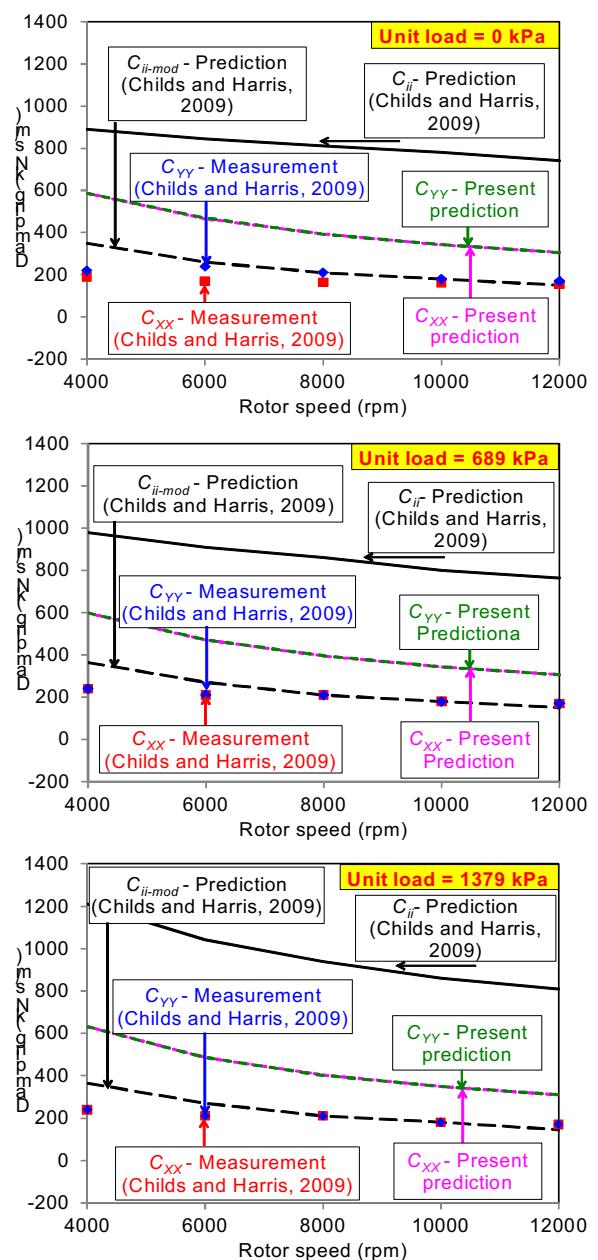


Fig. 9 Bearing damping vs. rotor speed for unit loads of 0 kPa, 689 kPa, and 1379 kPa. LBP configuration. Comparison to data from Ref.<sup>(6)</sup>

이는 반면 해석 결과는 두 값이 거의 동일하다. 이는 실험 베어링은 수직, 수평 방향 클리어런스가 다른 반면 해석모델은 평균 클리어런스를 사용했기 때문에 사료된다.

Fig. 9에서 일반적으로 감쇠계수는 단위하중이 증가할수록 증가하고, 회전속도가 증가할수록 감소하는 경향을 갖는다. 피봇 강성을 고려하지 않은 해석의 경우 실험 결과와 큰 차이를 보이는 반면 측정된 피봇 강성을 활용하여 수정된 해석 결과는 실험 결과를 잘 예측한다. 현재의 피봇 모델을 적용한 해석은 실험 결과를 약간 높게 예측하지만 대체적으로 경향성이 일치한다.

## 6. 결 론

본 논문은 볼 소켓형 피봇을 갖는 TPJB의 해석을 수행하여 기존 해석 및 실험결과와 비교하였으며, 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 하중이 증가함에 따라 저널 중심의 편심량이 하중(수직) 방향으로 증가하며, 일반적으로 실험결과를 잘 예측한다. 실험결과는 저널 중심이 수평방향으로 약간 이동하는 것을 보이는데 이는 실험 베어링의 수직 및 수평 방향 클리어런스가 다르기 때문으로 사료된다.
- 2) 하중방향에 위치한 패드는 최대 압력과 최소 유막두께를 가지며, 예압의 존재로 인하여 하중의 반대 방향 패드에서도 상당한 크기의 압력이 형성된다.
- 3) 강성 계수는 회전속도가 증가함에 따라, 그리고 하중이 증가함에 따라 증가하며, 실험결과와 잘 일치한다.
- 4) 감쇠 계수는 회전속도가 증가함에 따라 감소하며, 하중이 증가함에 따라 증가한다. 해석 결과는 실험결과보다 약간 높은 값을 예측하나 그 경향성이 잘 일치한다.
- 5) 본 논문에서는 기존 문헌에서 보고된 저널 중심 편심량과 강성 및 감쇠 계수의 실험결과를 피봇 모델을 적용한 해석 결과와 비교하였으며, 이를 통해 해석 모델의 정확성을 검증하였다.

## 후 기

본 연구는 2015년도 산업핵심기술개발사업의 터보기계용 중대형 틸팅패드 베어링 개발 과제 및 한국과학기술연구원(KIST)의 위탁연구과제의 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자 여러분에 감사드립니다.

## References

- (1) Nicholas, J. C., Gunter, E. J., and Allaire, P. E., 1979, "Stiffness and Damping Coefficients for the Five Pad Tilting Pad Bearing," ASLE Trans., Vol. 22, No. 2, pp. 112~124.
- (2) Kirk, R. G. and Reedy, S. W., 1988, "Evaluation of Pivot Stiffness for Typical Tilting-Pad Journal Bearing Designs," ASME J. Vib. Acoust., Stress and Reliab., Vol. 110, No. 2, pp. 165~171.
- (3) Nicholas, J. C. and Wygant, K. D., 1995, "Tilting Pad Journal Bearing Pivot Design for High Load Applications," Proc. 24th Turbomachinery Symposium, Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University, College Station, TX, pp. 33~47.
- (4) Hwang, P., Yang, S. H., and Yun, S. J., 1996, "A Study on the Lubrication Analysis of Air - Lubricated Tilting Pad journal Bearing with Pad Elasticity Effect," J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng., Vol. 12, No. 1, pp. 29~35.
- (5) Sudheer Kumar Reddy, D., Swarnamani, S., and Prabhu, B. S., 2000, "Thermoelastohydrodynamic Analysis of Tilting Pad journal Bearing-Theory and Experiments," Trib. Trans., Vol. 43, No. 1, pp. 82~90.
- (6) Childs, D. and Harris, J., 2009, "Static Performance Characteristics and Rotordynamics Coefficients for a Four-Pad Ball-in-Socket Tilting Pad Journal Bearing," J. Eng. Gas Turbines Power, Vol. 131, No. 6, p. 062502.
- (7) Ha, J. W., Myung, J. H., Suk, J. I., and Lee, A. S., 2010, "Effect of Preload in a Tilting Pad Bearing of Load-Between-Pad and Load-On-Pad Configurations on the Lateral Vibration Characteristics of Small Gas Turbine," Proc. KMFA 2010, pp. 131~137.
- (8) Ha, J. W., Myung, J. H., Suk, J. I., Lee, A. S., and Kim, Y. C., 2011, "Effects of Design Conditions in Five Pad Tilting Pad Bearing on the Lateral Vibration Characteristics of Small Gas Turbine," Transactions of the KSNVE, Vol. 21, No. 8, pp. 752~760.
- (9) San Andres, L. and Tao, Y., 2013, "The Role of Pivot Stiffness on the Dynamic Force Coefficients of Tilting Pad Journal Bearing," J. Eng. Gas Turbines Power, Vol. 135, No. 11, p. 112505.
- (10) Choi, T. G. and Kim, T. H., 2014, "Analysis of Tilting Pad Journal Bearings Including Pivot Stiffness," J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng., Vol. 30, No. 2, pp. 77~85.
- (11) Nicholas, J. C. and Wygant, K. D., 1995, "Tilting Pad Journal Bearing Pivot Design for High Load Applications," Proc. 24th Turbomachinery Symposium, Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University, College Station, TX, pp. 33~47.
- (12) Young, W. C. and Budynas, R. G., 2001, Roark's Formulas for Stress and Strain, 7th Edition., Chap. 13, McGraw-Hill, New York.
- (13) Reddy, J. N., 1993, An Introduction to the Finite Element Method, 2nd Edition, Chap. 8, McGRAW-HILL, New York.