

Grid Convergence Index 방법을 통한 프란시스 수차 모델의 격자계 분석

김승준^{*,**} · 최영석^{*,**} · 조 용^{***} · 최종웅^{***} · 한정재^{***,****} · 주원구^{****} · 김진혁^{*,**†}

Analysis of the Numerical Grids of a Francis Turbine Model through Grid Convergence Index Method

Seung-Jun Kim^{*,**}, Young-Seok Choi^{*,**}, Yong Cho^{***}, Jong-Woong Choi^{***},
Jung-Jae Hyun^{***,****}, Won-Gu Joo^{****}, Jin-Hyuk Kim^{*,**†}

Key Words : Francis turbine(프란시스 수차), Grid convergence index(격자 수렴 지수), Discretization error(이산화 오류), Numerical uncertainty(수치해석적 불확도), Numerical analysis(수치해석적 분석)

ABSTRACT

In the numerical studies, it is very important to accurately reflect the analyzing physical model, and usually the grid dependency tests are used to perform accurate numerical analysis by comparing the composition and size of the numerical grids. However, there is no obvious criterion for generating the composition and size of the grids in the grid dependency test. Meanwhile, the grid convergence index (GCI) method can numerically estimate the accuracy of the numerical analysis by estimation of discretization error through the grid generation. In addition, since the GCI calculation of a domain composed of the multi components can be affected by the grid configuration of each component, it is necessary to systematically analyze the correlation between the total grids and grids of each component. In this study, three-dimensional steady-state Reynolds-averaged Navier-Stokes analyses were performed with a turbulence model of shear stress transport to investigate the discretization error on the numerical grids of a Francis turbine model by the GCI method. The GCI calculations of total grids and grids of each component were conducted, and the enhanced effect of the total grids was confirmed by improving the component grids.

1. 서 론

최근 수치해석 기법 및 컴퓨터 하드웨어의 기술이 발달함에 따라 수치해석을 적용한 연구 분야가 현저히 증가하고 있고, 특히 유체기계 분야의 연구에서는 유체기계의 성능 예측 뿐만 아니라 복잡한 내부 유동에 대한 특성 검증이 수치해석을 통해 많이 이루어지고 있다⁽¹⁻³⁾. 이와 같은 수치해석은 실제 해석 대상인 물리적 모델을 정확히 반영하는 것이 매우

중요하며, 수치해석의 정확도를 검토하기 위해 격자계의 구성 및 크기에 대한 상대적 성능을 비교하는 격자 의존성 테스트 방법이 사용되고 있다. 그러나 격자 의존성 테스트를 위한 격자계의 구성 및 크기 등에 대한 명확한 기준은 없으며, 수치해석 기법, 해석의 목적 및 컴퓨터의 성능에 따라 격자계의 구성은 달라진다. 격자 의존성 테스트를 통해 검토가 완료된 수치해석의 결과는 물리적 모델의 실험을 통한 성능 및 내부유동 특성 등을 비교하여 타당성을 검토함으로써 수

* 과학기술연합대학원대학교 생산기술 (청정공정·에너지시스템공학)전공 (Industrial Technology (Green Process and Energy System Engineering), Korea University of Science & Technology)

** 한국생산기술연구원 열유체시스템그룹 (Thermal & Fluid System R&D Group, Korea Institute of Industrial Technology)

*** 한국수자원공사 K-water 융합연구원 (K-water Convergence Institute, Korea Water Resources Corporation)

**** 연세대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Yonsei University)

† 교신저자, E-mail : jinhyuk@kitech.re.kr

치해석에 대한 신뢰성을 확보하고 있다.

한편, 수치해석 기법에 대한 수치적 불확도 및 오류를 평가하기 위해 미국기계학회(ASME)의 유체공학부문(Fluids Engineering Division)에서는 수치해석을 위한 격자계의 구성 및 계산을 통해 이산화 오류를 추정할 수 있는 Richardson extrapolation (RE) method를 기반으로 하는 Grid convergence index (GCI) method를 제시하였다⁽⁴⁻⁶⁾.

GCI method를 적용한 여러 연구들이 수행되었으며, 수치해석의 정확도에 대해 검토하였다. Kwaśniewski⁽⁷⁾는 여러 하중 조건이 적용된 캔틸레버 보에 대해 수치해석을 수행하여 보의 처짐에 따른 GCI 계산 결과를 분석하였으며, Zadeh 등⁽⁸⁾은 수직형 풍력 터빈의 블레이드에 대해 2-D 수치해석을 수행하여 출력 계수에 따른 GCI 계산을 통해 정밀한 격자계를 도출하였고, Samion 등⁽⁹⁾은 익형을 적용한 Detached Eddy Simulation (DES) model의 수치해석을 수행하기 위한 최적의 격자계 도출을 위해 GCI method를 사용하여 격자계를 분석 및 검토하였다.

유체기계 중에서 프란시스 수차와 관련된 연구에서도 GCI method를 적용하여 수치해석의 이산화 오류를 추정하여 정확도를 검토한 여러 연구들이 수행되었다⁽¹⁰⁻¹³⁾. 한편, 프란시스 수차는 스파이럴 케이싱, 스테이 베인, 가이드 베인, 러너, 흡출관 등 여러 구성요소를 포함하고 있으며, 수치해석을 통한 연구에서 GCI 계산은 일반적으로 모든 구성요소를 고려한 전체 격자계에 대해 전역 변수에 따른 이산화 오류를 추정한다. 하지만, 프란시스 수차의 각 구성요소 격자 작성은 일반적으로 회전자와 고정자를 고려하여 각각 따로 이루어지며, 형상에 따라 다른 타입의 격자로 구성되기도 한다. 따라서 여러 구성요소로 이루어져 있는 수치해석 도메인을 통해 확인되는 전역 변수의 GCI 계산 결과는 각 구성요소의 격자를 통해 도출되며, 각 구성요소의 격자 구성 및 크기에 따라 전체 격자계의 결과에 영향을 줄 수 있으므로, 구성요소의 격자가 전체 격자계의 GCI 결과에 미치는 영향 및 상관관계에 대한 분석은 필요하다.

본 연구에서는 GCI method를 사용하여 프란시스 수차 모델에 대해 각 구성요소 및 전체 격자계에 대해 GCI 계산 결과를 검토하고, 그에 따른 상관관계를 분석하기 위해 삼차원 정상상태 Reynolds-averaged Navier-Stokes(RANS) 수치해석을 수행하였다. 수치해석은 프란시스 수차 모델의 정격 운전 조건에서 수행되었으며, 각 구성요소의 격자에 대한 GCI 계산 결과 및 전체 격자계의 GCI 계산 결과를 검토하여, 구성요소의 격자가 전체 격자계의 GCI 계산 결과에 미치는 영향을 규명하고자 하였다.

2. Grid Convergence Index method

본 연구에서 적용된 GCI method는 Celik 등⁽⁶⁾에 의해 격

자계 구성에 따른 주요 변수의 비교를 통한 이산화 오류의 추정 절차가 제안되었다. RE method에 기반한 GCI method는 이산화 오류 추정에 사용되는 가장 적합하고 권장되는 방법으로, 본 연구에서는 총 3개의 전체 격자계를 사용하여 이산화 오류 계산 및 분석을 수행하였다. GCI method의 첫 번째 단계는 격자계 구성 단계에서 격자의 크기(h)를 구하는 것이며, 식 (1)을 통해 삼차원 도메인에 대한 격자의 크기를 계산할 수 있다.

$$h = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta V_i) \right]^{1/3} \quad (1)$$

여기서, ΔV_i 는 i 번째 격자의 체적이고, N 은 수치 계산에 사용되는 격자의 수이다. 전체 격자계에 대해 전역 변수가 관찰될 경우, 전체 격자계의 평균적인 전역 격자의 크기를 사용하는 것이 적절하다.

본 연구에서는 전체 격자계에 대한 전역 변수로 효율 및 유량을 선정하였으며, 각 구성요소에 주요 변수는 유량을 선정하여 계산하였다. 서로 다른 크기의 격자계 구성 시 고려해야 할 격자 조정 계수(r)는 식 (2)와 같다.

$$r = h_{coarse} / h_{fine} \quad (2)$$

격자 조정 계수, r 값은 1.3 이상이 바람직하지만, 1.3은 경험에 기반한 값이며 정식 도출에 의해 근거된 값은 아니다⁽⁶⁾. 하지만, GCI 계산에 적용될 격자의 구성은 체계적으로 이루어져야 하며, 기하학적으로 유사한 격자의 사용이 바람직하다. 본 연구에서는 coarse한 격자계(N_c)의 quality 및 격자 생성 오류로 인한 한계와 정밀한 격자계(N_f)의 크기를 고려하여, 전체 격자계에 대한 r 값의 범위를 1.25~1.28로 설정하였다. Gohil과 Saini⁽¹³⁾가 수행한 프란시스 수차의 수치해석 연구에서도 1.3보다 낮은 r 값에 대해 합리적인 GCI 계산 결과를 도출하였으며, 실험 결과와 비교를 통해 타당성을 검토하였다. apparent order p 의 계산은 $h_1 < h_2 < h_3$ 을 기반으로 두며, 이에 따른 격자 조정 계수는 식 (3) 및 (4)와 같다.

$$r_{21} = \frac{h_2}{h_1} \quad (3)$$

$$r_{32} = \frac{h_3}{h_2} \quad (4)$$

여기서 r_{21} 및 r_{32} 는 각각 첫 번째와 두 번째 및 두 번째와 세 번째 격자계의 격자 조정 계수이다. apparent order p 의 식은 다음과 같다.

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \varepsilon_{32} / \varepsilon_{21} \right| + q(p) \right| \quad (5)$$

$$q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (6)$$

$$s = 1 \cdot \text{sign}(\varepsilon_{32} / \varepsilon_{21}) \quad (7)$$

여기서, $\varepsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2$ 및 $\varepsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1$ 의 ϕ_i 는 i 번째 격자계의 주요 변수에 해당한다. 위의 식은 고정점 반복법 (Fixed-point iteration)을 사용하여 값을 구할 수 있다. 주요 변수에 대한 Extrapolated value는 식 (8)과 같다.

$$\phi_{ext}^{21} = (r_{21}^p \phi_1 - \phi_2) / (r_{21}^p - 1) \quad (8)$$

정밀한 격자계의 GCI 값을 추정하기 위한 Approximate relative error (e_a^{21}) 및 Extrapolated relative error (e_{ext}^{21})는 다음과 같다.

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right| \quad (9)$$

$$e_{ext}^{21} = \left| \frac{\phi_{ext}^{21} - \phi_1}{\phi_{ext}^{21}} \right| \quad (10)$$

$$GCI_{fine}^{21} = \frac{1.25 e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad (11)$$

여기서, 1.25는 안전 계수 (Safety factor, F_s)로 GCI 계산을 위한 비교 격자계가 3개일 때 적용되는 계수이다⁽¹⁴⁾. 이와 같은 GCI method를 사용한 이산화 오류 추정을 통하여 프란시스 수차 모델의 격자계를 분석하였다.

3. 프란시스 수차 모델

본 연구에서는 비속도 270급 프란시스 수차 모델에 대해 삼차원 수치해석을 수행하였으며, Fig. 1에 프란시스 수차의 주요 유동 영역에 대해 삼차원 형상을 도식화하였다. 프란시스 수차 모델의 주요 제원을 Table 1에 나타냈으며, 비속도는 식 (12)를 사용하여 계산하였다. 또한, 회전속도, 유량 및 에너지 계수의 계산은 IEC60193 규격에 제시된 무차원 계수를 사용하였으며, 식 (13)~(15)와 같다⁽¹⁵⁾.

$$N_s = \frac{n \sqrt{P}}{H^4} \quad (12)$$

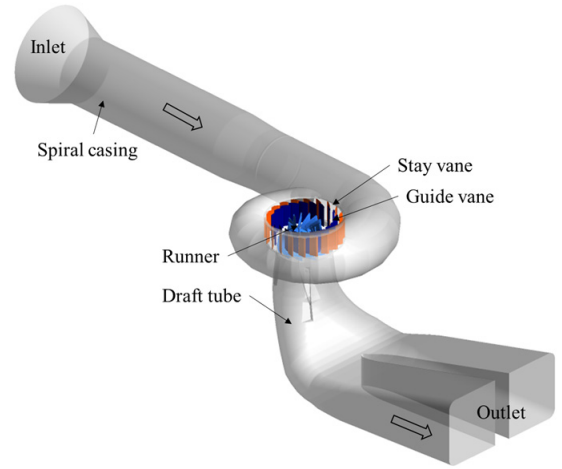


Fig. 1 Three-dimensional model of a Francis turbine model

Table 1 Specifications of a Francis turbine model

Specifications	Values
Specific speed, N_s	270
Speed factor, n_{ED}	0.47
Discharge factor, Q_{ED}	0.33
Energy coefficient, E_{nD}	4.35
Runner outlet diameter, D_2	0.35 m

$$n_{ED} = \frac{nD}{\sqrt{E}} \quad (13)$$

$$Q_{ED} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{E}} \quad (14)$$

$$E_{nD} = \frac{E}{n^2 D^2} \quad (15)$$

여기서, n , P , H , D , E , 및 Q 는 각각 회전속도, 출력, 낙차, 러너 출구 직경, 에너지 및 유량을 나타낸다.

4. 수치해석 기법

본 연구에서는 프란시스 수차의 비압축성 내부 유동장에 대한 정상상태 수치해석을 수행하기 위해, ANSYS사의 상용 소프트웨어 ANSYS CFX-19.1을 사용하였다⁽¹⁶⁾. 격자 생성은 ANSYS Meshing, ICEM-CFD 및 Turbo-grid를 사용하였으며, 경계 조건 설정은 CFX-Pre를 사용하였다. 유동해석 수행 및 결과에 대한 분석은 각각 CFX-Solver 및 CFX-Post를 사용하였다. 프란시스 수차 모델의 내부 유동은 삼차원 비압축성 정상 상태 RANS 방정식에 의해 수행되었으며, 유한체적법(Finite volume method, FVM)으로 이산화된 지배방정식을 사용하였다.

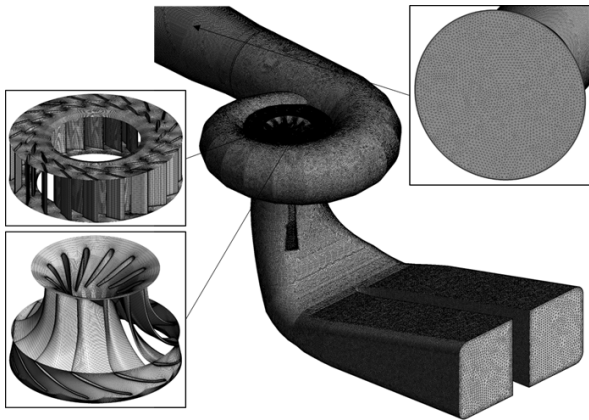


Fig. 2 Numerical grids used in the Francis turbine model

Table 2 Numerical grids of a Francis turbine model

	N_1	N_2	N_3	Grid type
Spiral casing	2.72×10^6	1.25×10^6	0.57×10^6	Tetrahedral
Stay vane	1.89×10^6	0.92×10^6	0.50×10^6	Hexahedral
Guide vane	2.62×10^6	1.21×10^6	0.67×10^6	Hexahedral
Runner	3.27×10^6	1.65×10^6	0.83×10^6	Hexahedral
Draft tube	4.21×10^6	2.31×10^6	1.00×10^6	Tetrahedral
Total	14.74×10^6	7.36×10^6	3.59×10^6	-

수치해석을 위한 경계조건으로, 25°C의 물을 작동유체로 사용하였고, 입구 및 출구에는 각각 전압력 및 정압력 조건을 부여하였다. 난류모델은 유동박리를 잘 예측하며, 자유 흐름영역 및 벽면 근처 영역에서 정확한 해석 결과를 나타내는 Shear Stress Transport (SST) 모델을 사용하였다^(17,18). 회전자와 고정자 사이의 경계면 조건은 경계면을 통해 원주 방향으로 평균된 유동값을 입력하는 Stage-average 방식을 사용하였다⁽¹⁶⁾.

Fig. 2는 프란시스 수차 모델의 정밀한 격자계인 N_2 의 격자 구성을 나타낸다. 스파이럴 케이싱 및 흡출관은 사면체(Tetrahedral) 격자로 이루어져 있고, 그 외의 구성요소는 육면체(Hexahedral) 격자계로 이루어져 있다. 또한, 상대적으로 복잡한 내부 유동구조를 나타내는 러너 블레이드의 표면 인근에는 O형 격자계를 사용하여 첫 번째 격자점에서 $y+ \leq 5$ 를 유지하도록 하였다. 유사한 격자 작성 조건으로, Yamamoto 등⁽¹⁹⁾은 러너의 대표 직경이 0.35 m인 프란시스 수차 모델의 수치해석 연구에서 러너 도메인의 $y+$ 를 5 이하로 작성하였으며, 러너 유로 내 복잡한 유동 구조에 대해 실험 결과와 매우 유사한 수치해석 결과를 모사하였다.

Table 2는 GCI method를 통한 프란시스 수차 모델의 격자계 분석을 위한 서로 다른 크기로 구성된 3개의 격자계를 나타내고 있다. N_2 는 총 격자수 약 14.74×10^6 으로 구성되어

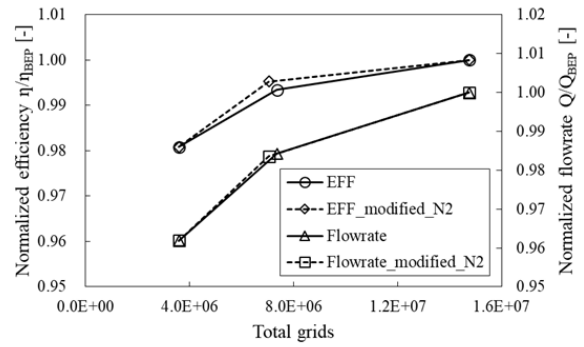


Fig. 3 Comparisons of efficiency and flow rate according to the numerical grids in the Francis turbine model

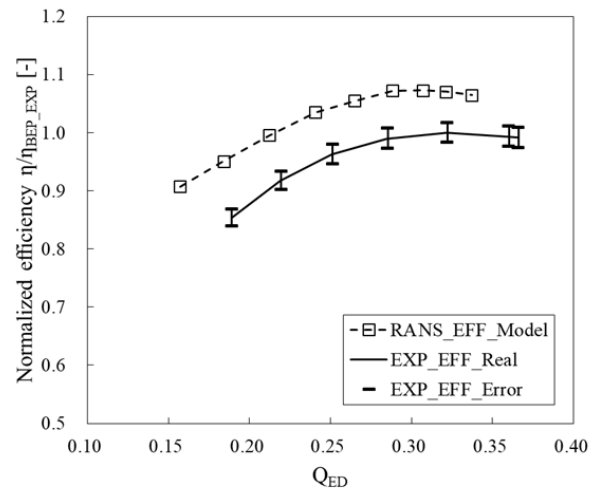


Fig. 4 Comparison of numerical results of a Francis turbine model and experimental results of a real-scale Francis turbine

있으며, N_3 는 약 3.59×10^6 으로 구성되어 있다. Fig. 3은 구성된 3개의 전체 격자계에 대해서 전체 격자의 수에 대한 효율 및 유량을 나타내며, 최고효율점(Best Efficiency Point, BEP)의 효율 및 유량으로 무차원화 하였다. 프란시스 수차 모델의 구성요소 격자에 대한 전체 격자계의 분석을 위해, N_2 전체 격자계를 수정하였다. 이와 같이 구성된 전체 격자계에 대해 수치해석의 정확도 검토를 위한 이산화 오류 추정을 수행하였다.

5. 결과 및 검토

5.1 수치해석 결과의 타당성 검토

Fig. 4는 수치해석 결과에 대한 타당성을 검토하기 위해 프란시스 수차 모델(Model)의 RANS 해석 결과와 실물 수차(Real-scale)의 성능시험 결과를 비교하였다. 이때, RANS 해석 결과는 N_2 전체 격자계의 결과를 사용하였다. 성능시험 결과는 한국수자원공사에서 제공한 수차 효율 시험 결과를

사용하였으며, 실물 수차에 대해 단식압력시간법으로 수행된 수차 효율 시험으로, 측정오차는 $\pm 1.74\%$ 이다^(20,21). 모델 수차와 실물 수차의 효율 비교를 위해 IEC 60193 규격의 효율 환산 공식을 사용하였으며, 이는 식 (16)과 같다.⁽¹⁵⁾ 효율 환산 공식은 모델 수차의 효율에서 상사에 따른 손실 효율을 고려한 식으로, 식 (17) 및 (18)을 사용하여 계산하였다.

$$\eta_P = \eta_M + (\Delta\eta)_{M-P} \quad (16)$$

$$(\Delta\eta)_{M-P} = \delta_{ref} \left[\left(\frac{Re_{ref}}{Re_M} \right)^{0.16} - \left(\frac{Re_{ref}}{Re_P} \right)^{0.16} \right] \quad (17)$$

$$\delta_{ref} = \frac{1 - \eta_{opt.M}}{\left(\frac{Re_{ref}}{Re_{opt.M}} \right)^{0.16} - \frac{1 - V_{ref}}{V_{ref}}} \quad (18)$$

여기서, 하첨자 P 및 M 은 각각 실물 및 모델 수차를 나타내며, $Re_{ref} = 7 \times 10^6$, $V_{ref} = 0.7$ 이다⁽¹⁵⁾. Fig. 4의 효율 비교에서 보이는 바와 같이 모델과 실물 수차의 효율이 약간의 차이를 나타내지만, 이는 실제 수차의 운전 시 발생하는 기계적 손실 및 표면 조도 등이 수치해석 시 고려되지 않아 발생한 차이로 볼 수 있다. 따라서 모델 수차의 수치해석 결과가 상대적으로 높은 효율을 나타내지만, 수치해석 및 성능 시험의 효율의 경향이 전반적으로 잘 일치하므로, 본 연구의 수치해석에 대한 결과는 타당성이 있다고 볼 수 있다.

5.2 프란시스 수차 모델 격자계 분석

프란시스 수차 모델의 전체 격자계에 대한 분석을 위해 전역 변수인 효율 및 유량에 대해 GCI method의 계산 절차를 통한 이산화 오류를 추정하였으며, 결과는 Table 3과 같다.

Table 3 Calculation of discretization error for total grid system

	$\phi = \text{Efficiency}$	$\phi = \text{Flow rate}$
N_1, N_2, N_3	14.74 × 10 ⁶ , 7.36 × 10 ⁶ , 3.59 × 10 ⁶	
r_{21}	1.26	
r_{32}	1.27	
ϕ_1	1	1
ϕ_2	0.9934	0.9842
ϕ_3	0.9808	0.9619
p	2.61	1.32
c_a^{21}	0.0065	0.0158
GCI_{fine}^{21}	0.0099	0.0551

Table 4 Calculation of discretization error for each component

	S/C	S/V	G/V	Runner	D/T
$N_1,$ $N_2,$ N_3	2.72 × 10 ⁶ , 1.25 × 10 ⁶ , 0.57 × 10 ⁶	1.89 × 10 ⁶ , 0.92 × 10 ⁶ , 0.50 × 10 ⁶	2.62 × 10 ⁶ , 1.21 × 10 ⁶ , 0.67 × 10 ⁶	3.27 × 10 ⁶ , 1.65 × 10 ⁶ , 0.83 × 10 ⁶	4.21 × 10 ⁶ , 2.31 × 10 ⁶ , 1.00 × 10 ⁶
r_{21}	1.29	1.26	1.29	1.25	1.22
r_{32}	1.29	1.22	1.22	1.25	1.32
ϕ_1	1	1	1	1	1
ϕ_2	0.9841	0.9841	0.9841	0.9841	0.9842
ϕ_3	0.9617	0.9617	0.9617	0.9617	0.9618
p	1.34	2.34	2.75	1.55	0.03
c_a^{21}	0.0158	0.0158	0.0158	0.0158	0.0157
GCI_{fine}^{21}	0.0479	0.0264	0.0191	0.0466	3.1055

Table 5 Modification of draft tube grid in N_2

	N_2	Modified N_2^*
Spiral casing	1.25 × 10 ⁶	1.25 × 10 ⁶
Stay vane	0.92 × 10 ⁶	0.92 × 10 ⁶
Guide vane	1.21 × 10 ⁶	1.21 × 10 ⁶
Runner	1.65 × 10 ⁶	1.65 × 10 ⁶
Draft tube	2.31 × 10 ⁶	2.00 × 10 ⁶
Total	7.36 × 10 ⁶	7.05 × 10 ⁶

효율 및 유량은 N_i 전체 격자계의 효율 및 유량 값으로 무차원하여 나타냈으며, 효율 및 유량에 대한 GCI_{fine}^{21} 값은 각각 0.0099 및 0.0551이다. 사용된 전체 격자계에 대한 구성요소인 스파이럴 케이싱(S/C), 스테이 베인(S/V), 가이드 베인(G/V), 러너(Runner) 및 흡출관(D/T)의 격자에 대한 이산화 오류 추정을 위해, 전체 격자계의 수치해석 결과에서 각 구성요소를 통과하는 평균 유량을 주요 변수로 계산을 Table 4와 같이 수행하였으며, 유량은 각 구성요소의 최대 유량 값으로 무차원화하였다. 프란시스 수차 모델의 각 구성요소에 대해 전반적으로 약 0.05 이하의 GCI_{fine}^{21} 값을 나타낸 반면, 흡출관의 GCI_{fine}^{21} 값은 3.1055로 상대적으로 매우 높은 값을 나타냈다. 이 때, 흡출관의 격자 조정 계수 r_{21} 은 1.22로 계산되었으며, 1.32를 나타낸 r_{32} 에 비해 상대적으로 낮은 값을 나타냈다. 반면, r_{32} 가 1.22로 낮은 가이드 베인의 GCI_{fine}^{21} 값은 0.0191로 비교적 낮은 값을 나타냈는데, 이는 식 (11)과 같이 GCI_{fine}^{21} 계산에서는 격자 조정 계수 r_{21} 의 값에 따라 달라지기 때문이다. 따라서 흡출관의 높은 GCI_{fine}^{21} 값의 개선을 위해서 흡출관의 r_{21} 값을 수정하였다.

Table 6 Calculation of discretization error for each component with modified D/T of N_2^*

	S/C	S/V	G/V	Runner	D/T
N_1, N_2^*, N_3	$2.72 \times 10^6, 1.25 \times 10^6, 0.57 \times 10^6$	$1.89 \times 10^6, 0.92 \times 10^6, 0.50 \times 10^6$	$2.62 \times 10^6, 1.21 \times 10^6, 0.67 \times 10^6$	$3.27 \times 10^6, 1.65 \times 10^6, 0.83 \times 10^6$	$4.21 \times 10^6, 2.00 \times 10^6, 1.00 \times 10^6$
r_{21}	1.29	1.26	1.29	1.25	1.28
r_{32}	1.29	1.22	1.22	1.25	1.26
ϕ_1	1	1	1	1	1
ϕ_2	0.9833	0.9833	0.9833	0.9833	0.9834
ϕ_3	0.9617	0.9617	0.9617	0.9617	0.9618
p	0.99	1.93	2.35	1.16	1.40
e_a^{21}	0.0166	0.0166	0.0166	0.0166	0.0165
GCI_{fine}^{21}	0.0711	0.0354	0.0249	0.0686	0.0493

흡출관의 격자 조정 계수 r_{2l} 을 수정하기 위해 N_l 또는 N_2 의 흡출관 격자를 변경하여 수정 가능하며, 본 연구에서는 N_2 전체 격자계에서 흡출관의 격자가 수정된 N_2^* 전체 격자계는 Table 5에서 보여주고 있다. 기존의 N_2 전체 격자계에서 흡출관 도메인의 y+는 유지하면서 사면체 격자의 부피를 변경하여, 흡출관의 격자수를 2.31×10^6 에서 2.00×10^6 으로 수정하였으며, 이에 따라 N_2^* 전체 격자계의 총 격자수도 7.05×10^6 로 감소하였다.

Table 6에 나타난 바와 같이 수정된 격자계를 바탕으로 흡출관의 격자 조정 계수 r_{2l} 및 r_{32} 는 각각 1.28 및 1.26으로 계산되었으며, 이에 따라 GCI_{fine}^{21} 값은 0.0493으로 기존 흡출관 격자에 대한 결과 값보다 상당히 많이 개선되었다. 반면, 나머지 구성요소의 GCI_{fine}^{21} 값은 Table 4에 나타난 기존 격자에 비해 상대적으로 달라진 ϕ_2 값의 차이로 인하여 약간 증가하였지만, 흡출관의 GCI_{fine}^{21} 값 감소폭에 비해 상대적으로 매우 작은 값이 증가하였다. 또한, GCI_{fine}^{21} 값이 개선됨에 따라 N_2^* 전체 격자계에 대한 성능도 기존 N_2 전체 격자계에 대해 Fig. 3에서 나타난 바와 같이 달라졌다.

이와 같이 GCI_{fine}^{21} 값이 개선된 흡출관을 토대로 수정된 N_2^* 전체 격자계에 대한 이산화 오류 추정 결과 Table 7에 나타났다. 수정된 N_2^* 전체 격자계의 격자 조정 계수는 각각 $r_{2l}=1.28$ 및 $r_{32}=1.25$ 로 계산되었으며, 전역 변수인 효율과 유량에 대한 GCI_{fine}^{21} 값은 각각 0.0022 및 0.0458으로 기존 전체 격자계의 0.0099 및 0.0551 보다 모두 개선된 결과를 나타냈다. 따라서 여러 구성요소로 이루어져 있는 도메인의 전체 격자계에 대해 각 구성요소의 단일 격자에 대한 이산화 오류 추정을 통하여 GCI_{fine}^{21} 값을 개선함으로써, 전체 격자

Table 7 Calculation of discretization error for total grid system with modified D/T of N_2^*

	$\phi = \text{Efficiency}$	$\phi = \text{Flow rate}$
N_1, N_2^*, N_3	$14.74 \times 10^6, 7.05 \times 10^6, 3.59 \times 10^6$	
r_{21}	1.28	
r_{32}	1.25	
ϕ_1	1	1
ϕ_2	0.9952	0.9841
ϕ_3	0.9808	0.9618
p	5.20	1.51
e_a^{21}	0.0047	0.0165
GCI_{fine}^{21}	0.0022	0.0458

계에 대한 GCI_{fine}^{21} 개선 효과가 나타났다. 이와 같이 여러 구성요소로 이루어져 있는 해석 도메인의 정확한 수치 해석의 수행을 위한 격자계의 구성 및 수정은 각 구성요소에 대한 격자의 이산화 오류를 추정함으로써 각 구성요소 격자의 GCI_{fine}^{21} 값을 개선하여 보다 정밀한 전체 격자계를 구성할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 Grid Convergence Index (GCI) method를 통한 프란시스 수차 모델의 격자계 분석을 위해 삼차원 정상 상태 해석을 수행하였다. 여러 구성요소로 이루어져 있는 프란시스 수차에 대해 총 3개의 전체 격자계를 구성하였고, 프란시스 수차 모델의 정격 운전 조건에서 전체 격자계 및 각 구성요소의 단일 격자에 대해 주요 변수를 선정하여 이산화 오류를 추정하였다. 흡출관의 단일 격자에 대한 상대적으로 낮은 격자 조정 계수 r_{2l} 및 높은 GCI_{fine}^{21} 값을 고려하여, N_2 전체 격자계에서 흡출관의 단일 격자의 수정을 통하여, 흡출관의 GCI_{fine}^{21} 값이 개선됨에 따라 전체 격자계의 GCI_{fine}^{21} 값도 개선됨을 확인하였다. 이와 같은 결과를 토대로 볼 때, 프란시스 수차 모델과 같이 여러 구성요소로 이루어져 있는 해석 도메인의 정밀한 전체 격자계의 구성 및 수정 작업을 수행할 경우, 각 구성요소의 단일 격자의 이산화 오류 추정 결과를 토대로 격자를 개선하여 보다 효율적이고 정확도 높은 전체 격자계의 구성을 기대할 수 있다.

후 기

본 연구는 국토교통부/국토교통과학기술진흥원의 지원으로 수행되었음(과제번호 201FIP-B128593-04).

References

- (1) Kim, S. J., Choi, Y. S., Cho, Y., Choi, J. W. and Kim, J. H., 2019, "Numerical Analysis of Inter-Blade Vortex Characteristics of a Francis Hydro Turbine Model," *The KSFM Journal of Fluid Machinery*, Vol. 22, No. 2, pp. 30-37.
- (2) Kim, S. J., Suh, J. W., Choi, Y. S., Park, J. G., Park, N. H. and Kim, J. H., 2019, "Precessional Vortex Characteristics according to the Swirl Number in the Draft tube at Turbine Mode of a Pump-Turbine," *The KSFM Journal of Fluid Machinery*, Vol. 22, No. 5, pp. 05-12.
- (3) Kim, S. J., Suh, J. W., Choi, Y. S., Park, J. G., Park, N. H. and Kim, J. H., 2019, "Inter-Blade Vortex and Vortex Rope Characteristics of a Pump-Turbine in Turbine Mode under Low Flow Rate Conditions," *Water*, Vol. 11 No. 12, p.2554.
- (4) Richardson, L. F., 1911, "The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 210, pp. 307-357.
- (5) Richardson, L. F. and Gaunt, J. A., 1927, "The deferred approach to the limit," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, Vol. 226, pp. 299-361.
- (6) Celik, I. B., Ghia, U., Roache, P. J., Freitas, C. J., Coleman, H. and Raad, P. E., 2008, "Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty due to Discretization in CFD Applications," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 130, p.078001(4 pages).
- (7) Kwaśniewski, L., 2013, "Application of grid convergence index in FE computation," *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, Vol. 61 No. 1, pp. 123-128.
- (8) Zadeh, S. N., Komeili, M. and Paraschivoiu, M., 2014, "Mesh convergence study for 2-D straight-blade vertical axis wind turbine simulations and estimation for 3-D simulations," *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 38, No. 4, pp. 487-504.
- (9) Samion, S. R. L., Shaharuddin, N. H. and Ali, M. S. M., 2019, "Grid Convergence Study for Detached-Eddy Simulation of Flow over Rod-Airfoil Configuration Using OpenFOAM," In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 491, No. 1, p. 012023.
- (10) Trivedi, C., Cervantes, M. J. and Gandhi, B. K., 2016, "Investigation of a high head Francis turbine at runaway operating conditions," *Energies*, Vol. 9, No. 3, p. 149.
- (11) Koirala, R., Neopane, H. P., Shrestha, O., Zhu, B. and Thapa, B., 2017, "Selection of guide vane profile for erosion handling in Francis turbines," *Renewable Energy*, Vol. 112, pp. 328-336.
- (12) Unterluggauer, J., Doujak, E. and Bauer, C., 2019, "Numerical fatigue analysis of a prototype Francis turbine runner in low-load operation," *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power*, Vol. 4, No. 3, p. 21.
- (13) Gohil, P. P. and Saini, R. P., 2015, "Effect of temperature, suction head and flow velocity on cavitation in a Francis turbine of small hydro power plant," *Energy*, Vol. 93, pp. 613-624.
- (14) Slater, J. W., 2008, "Examining spatial (grid) convergence," *NPARC Alliance CFD Verification and Validation Web Site*, NASA Glenn Research Center.
- (15) IEC 60193 Ed. 2.0 b: 1999, "Hydraulic Turbines, Storage Pumps and Pump-Turbines Model Acceptance Tests," *American National Standards Institute (ANSI)*, New York.
- (16) ANSYS CFX-19.1, 2019, *ANSYS CFX Manager User's Guide*, Ansys Inc.
- (17) Menter, F. R., 1994, "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, pp. 1598-1605.
- (18) Bardina, J., Huang, P., Coakley, T., Bardina, J., Huang, P. and Coakley, T., 1997, "Turbulence modeling validation," In *28th Fluid Dynamics Conference*, p. 2121.
- (19) Yamamoto, K., Müller, A., Favrel, A. and Avellan, F., 2019, "Physical Mechanism of Interblade Vortex Development at Deep Part Load Operation of a Francis Turbine," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 141, pp. 11.
- (20) Korea Agency for Infrastructure Technology Advancement, 2017, "Report Development of Construction Technology for Medium Sized Hydropower Plant," *Korea Agency for Infrastructure Technology Advancement*, Report No. 17IFIP-B128593-01.
- (21) Kim, S. J., Choi, Y. S., Cho, Y., Choi, J. W. and Kim, J. H., 2020, "Effect of Runner Blade Thickness on Flow Characteristics of a Francis Turbine Model at Low Flowrates," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 142, No. 3, p. 031104(12 pages).